

Nombre:

Apellidos:

1. Un satélite de masa m gira alrededor de la Tierra describiendo una órbita circular a una altura de $2 \cdot 10^4 \text{ km}$ sobre su superficie. (2p)
- Calcula la velocidad orbital del satélite alrededor de la Tierra.
 - Supón que la velocidad del satélite se anula repentinamente e instantáneamente y éste empieza a caer sobre la Tierra. Calcula la velocidad con la que llegaría el satélite a la superficie de la misma. Considera despreciable el rozamiento del aire.

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$;
Masa de la Tierra, $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6370 \text{ km}$.

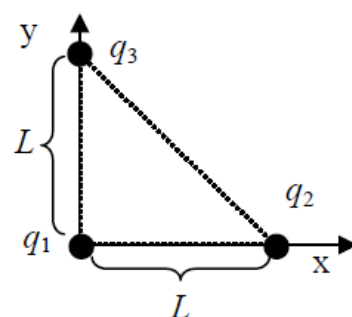
2. Dos placas conductoras planas y paralelas están separadas por una distancia de 4 mm . Sus densidades superficiales de carga son $+5 \text{ nC} \cdot \text{m}^{-2}$ y $-5 \text{ nC} \cdot \text{m}^{-2}$, respectivamente. Calcula razonadamente: (2p)
- El campo eléctrico en un punto situado entre las placas.
 - El campo eléctrico en un punto situado en el exterior del espacio entre placas.
 - La diferencia de potencial entre las placas.
 - La velocidad con la que llegará a la placa positiva, un electrón abandonado en reposo en la placa negativa.

Datos: Constante dieléctrica del vacío, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$;
Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;
masa del electrón, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

3. Explica los conceptos de líneas de campo, líneas de fuerza y superficies equipotenciales para un campo conservativo. Compara dichos conceptos para el campo gravitatorio y el campo eléctrico. (2p)

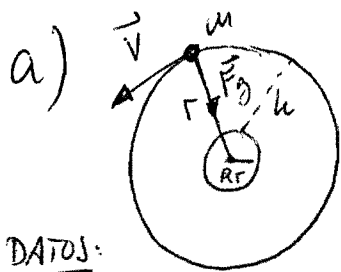
4. Se disponen tres cargas eléctricas puntuales en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos tienen una longitud L como indica la figura ($L = 1,2 \text{ m}$, $q_1 = q_2 = 5 \text{ nC}$, $q_3 = -5 \text{ nC}$). (2p)

- Calcula el vector fuerza total, F , ejercida por las cargas q_1 y q_2 sobre la carga q_3 , y dibuje el diagrama de fuerzas de la carga q_3 .
- ¿Cuál sería el trabajo necesario para llevar la carga q_3 desde su posición actual al punto P de coordenadas $x = 1,2 \text{ m}$, $y = 1,2 \text{ m}$?



5. Un planeta realiza una órbita elíptica en torno a una estrella, en la que el afelio se encuentra al doble de distancia que el perihelio, medida desde la estrella. Compara razonadamente el valor de: (2p)
- La energía potencial del planeta en el afelio y el perihelio.
 - La energía cinética del planeta en el afelio y el perihelio.
 - La energía mecánica del planeta en el afelio y el perihelio.
 - El momento cinético del planeta con respecto a la estrella en el afelio y el perihelio.

1-



MCU

LA FUERZA CENTRÍPETA DE ESTE GIRO ES LA FUERZA GRAVITATORIA:

$$\vec{F}_c = \vec{F}_g \Rightarrow F_c = F_g \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{GMmh}{r^2}$$

DATOS:

$$h = 2 \cdot 10^4 \text{ km} = 2 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$R_T = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$r = R_T + h = 2,64 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

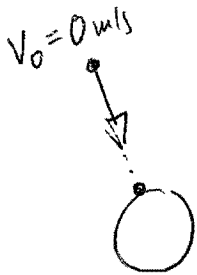
$$M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

LA VELOCIDAD ORBITAL EN UN MCU:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{2,64 \cdot 10^7}} = 3,87 \text{ km/s}$$

b) A PEAR DE QUE SUPONDRÍA UNA VIOLACIÓN DE LA 1ª LEY DE NEWTON, AL TRATARSE DE UN CAMPO CONSERV.:



$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow E_{c_0} + E_{p_0} = E_{c_f} + E_{p_f}$$

$$E_{c_f} = E_{p_0} - E_{p_f}$$

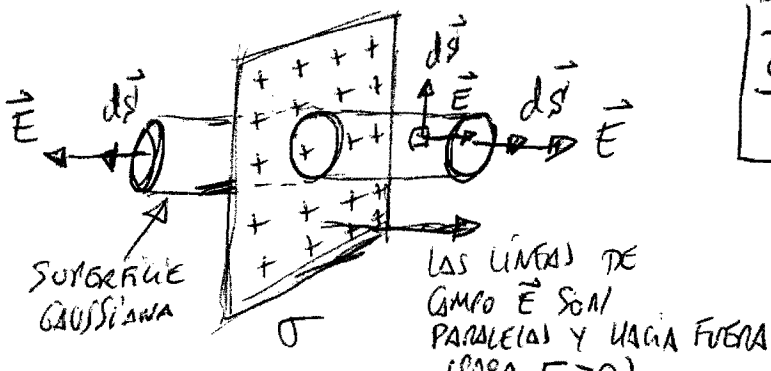
$$\frac{1}{2} m v_f^2 = -GMm \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_T} \right)$$

$$v_f = \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot \left(\frac{1}{6,37 \cdot 10^6} - \frac{1}{2,64 \cdot 10^7} \right)} \neq v_f = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r} \right)}$$

$$v_f = 9,75 \text{ km/s}$$

2-

EN PRIMER LUGAR, DETERMINAMOS EL CAMPO MAGNÉTICO GENERADO POR UN PLANO CARGADO CON UNA DENSIDAD DE CARGA SUPERFICIAL MEDIANTE EL Tª DE GAUSS.



$$\Phi = \oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{neta}}}{\epsilon_0}$$

CALCULAMOS EL FLUJO A TRAVÉS DE LA SUPERFICIE ARBITRARIA (GAUSSIANA) QUE VENIMOS ESCOGIDO (CILINDRO). $\Phi(\vec{E} \cdot d\vec{s})$

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}' = \int_{\text{TAPA 1}} \vec{E} \cdot d\vec{s}' + \int_{\text{TAPA 2}} \vec{E} \cdot d\vec{s}' + \int_{\text{PARED}} \vec{E} \cdot d\vec{s}' =$$

EN AMBAS TAPAS LA INTEGRAL ES IGUAL

$$= 2 \int_{\text{TAPA 1}} |\vec{E}| \cdot |d\vec{s}'| \cdot \cos 0^\circ = 2E \int_{\text{CIRCUNF.}} ds' = \underline{2E \cdot S'_{\text{CIRCUNF.}}}$$

AHORAS APLICAMOS EL TA DE GAUSS:

$2E \cdot S'_{\text{CIRCUNF.}} = \frac{Q_{\text{INTER}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

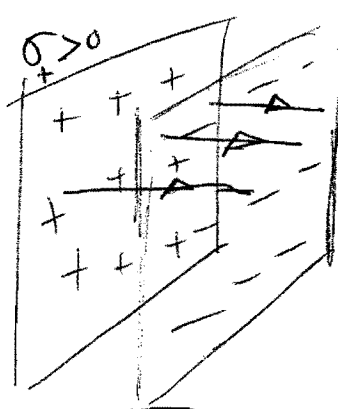
EL CAMPO CREADO ES UNIFORME.
 (SI $\sigma < 0$ CAMBIA EL SENTIDO)

LA CARGA ENCERRADA EN LA CIRCUNFERENCIA QUE DELIMITA LA SUPERF. GAUSSIANA ES $Q_{\text{INTER}} = \sigma \cdot S'_{\text{CIRCUNF.}}$

$$\sigma_+ = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$\vec{E}_+ = \frac{\sigma_+}{\epsilon_0} \hat{i}$$

$$\vec{E}_- = -\frac{\sigma_+}{\epsilon_0} \hat{i}$$

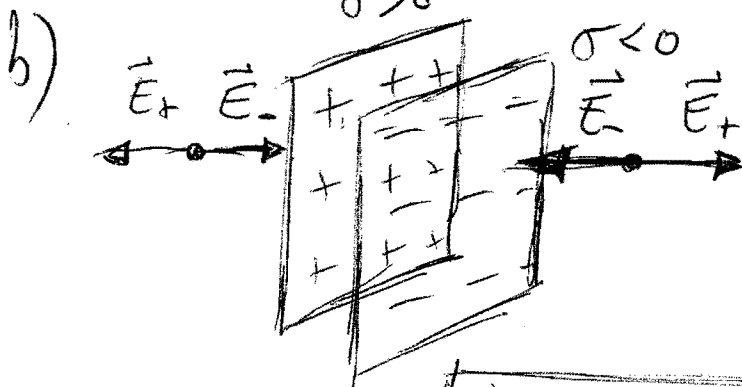


$\sigma < 0$

LA INTENSIDAD DE CAMPO ES LA SUMA VECTORIAL DE AMBAS CONTRIBUCIONES (TA SUPERPOSICION)

$$\vec{E}_R = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = 2\vec{E}_+$$

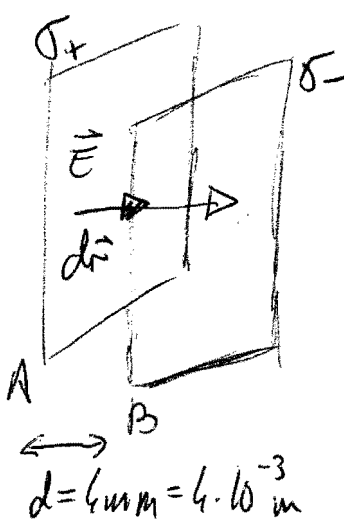
$$\vec{E}_R = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{8,85 \cdot 10^{-12}} \hat{i} = 565 \hat{i} \text{ N/C}$$



EN EL EXTERIOR, AL NO DEPENDER EL CAMPO DE LA DISTANCIA Y TENER LA MISMA $|\sigma|$; LAS DOS COMPONENTES SE ANULAN

$$\vec{E}_R = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \vec{0} \text{ N/C}$$

c) LA DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE AMBAS PLACAS. EL CAMPO ES UNIFORME



$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^B E \cdot dr \cdot \cos 0^\circ = E \cdot \int_A^B dr = E \cdot d$$

$$V_A - V_B = 565 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 2,26 \text{ V}$$

d) AL TRATARSE DE UN CAMPO CONSERVATIVO: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$

$q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $\Delta V = +2,26 \text{ V}$
 $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 (DATO QUE FALTA)

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = -q \Delta V$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = e \Delta V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2e \Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,26}{9,1 \cdot 10^{-31}}}$$

$$v = 8,99 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

3-

UN CAMPO ES LA PERTURBACION QUE UNA MAGN. PRODUCE EN EL ESPACIO QUE LA RODEA:

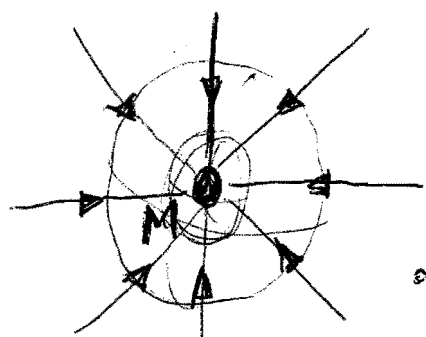
LÍNEA DE CAMPO: LÍNEA TANGENTE AL VECTOR INTENSIDAD DE CAMPO EN CADA PUNTO.

LÍNEA DE FUERZA: LÍNEA TANGENTE AL VECTOR FUERZA EN CADA PUNTO.

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES: CONJUNTO DE PUNTOS QUE SE ENCUENTRAN AL MISMO POTENCIAL.

PARA UNA MASA PUNTO

Campo Gravitatorio



• LÍNEAS DE CAMPO RADIALES (SENTIDO Hacia LA MASA)

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \hat{u}_r$$

$$\vec{F} = m \vec{g}$$

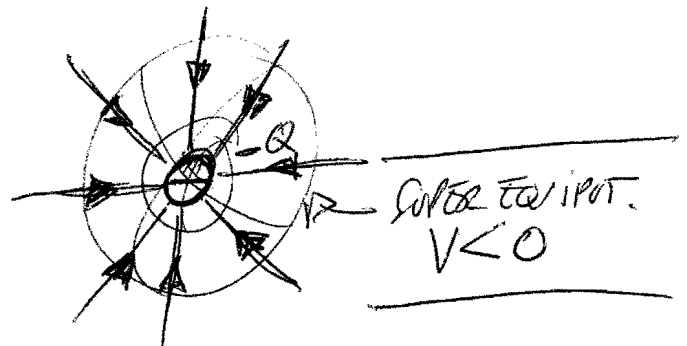
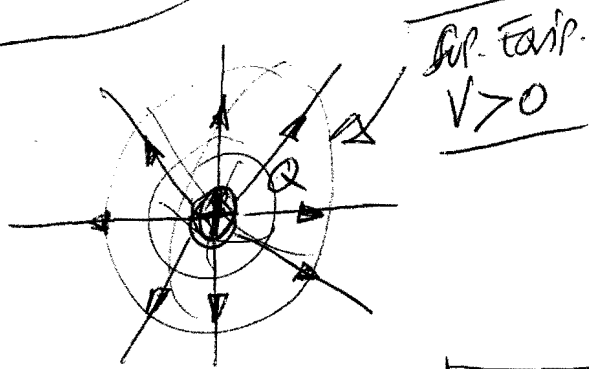
• LÍNEAS DE FUERZA COINCIDEN (CUANDO HAY OTRA MASA)

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{g} \cdot d\vec{r} = \int -\frac{GM}{r^2} dr = -\frac{GM}{r}$$

• SUPERF. EQUIPOTENCIAL (SON ESFERAS CONCÉNTRICAS A LA MASA). LAS LÍNEAS DE CAMPO SON \perp A LA SUPERF. EN CADA PTO.

$$V = -\frac{GM}{r}$$

CAMPO ELÉCTRICO → HAY DOS TIPOS DE CARGA:



LÍNEAS DE CAMPO:

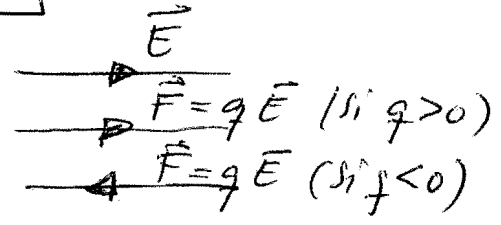
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{u}_r$$

EL SENTIDO DEPENDE DEL SIGNO DE LA CARGA

LÍNEA DE FUERZA:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

PUEDEN TENER SENTIDO CONTRARIO AL CAMPO (SI $q < 0$)



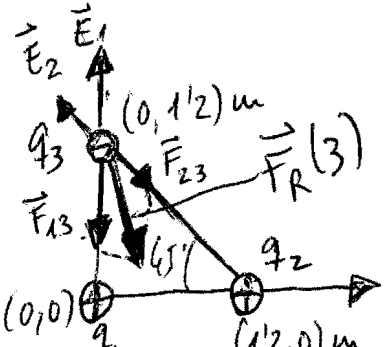
SUPERF. EQUIPOT.:

MISMA SIMETRÍA, PERO YA PUEDEN HABER

$$V > \text{ y } < 0.$$

$$V = \frac{kQ}{r}$$

4-



$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$q_1 = q_2 = 5 \text{ nC} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$q_3 = -5 \text{ nC} = -5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{u}_r$$

a) EN PRIMER LUGAR CALCULAMOS EL CAMPO QUE LAS CARGAS 1 Y 2 CREAN EN LA POSICIÓN DE 3.

$$\begin{aligned} \vec{E}_R(3) &= \vec{E}_1(3) + \vec{E}_2(3) = kq_1 \left(\frac{\hat{u}_1}{r_1^2} + \frac{\hat{u}_2}{r_2^2} \right) \\ &= 8,99 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \left[\frac{-\text{sen } 45^\circ}{1,7^2} \hat{i} + \left(\frac{\text{cos } 45^\circ}{1,7^2} + \frac{1}{1,2^2} \right) \hat{j} \right] \end{aligned}$$

$$\vec{E}_R(3) = (-110, 42'2) \text{ N/C}$$

Por último la fuerza eléctrica

$$\vec{F}_R(3) = q_3 \vec{E}_R(3) = (0'55, -2'11) \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_R(3) = 2,18 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

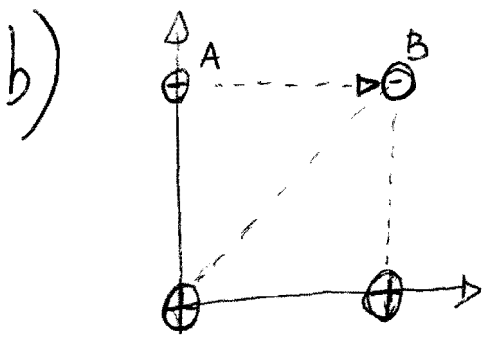
CÁLCULO DE UNIDADES:

$$\hat{u}_1 = \hat{j} \parallel r_1 = 1,2 \text{ m}$$

$$\hat{u}_2 = \frac{(0, 1'2) - (1'2, 0)}{\sqrt{2} \cdot 1,2} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

ó tb:

$$\hat{u}_2 = (-\text{sen } 45^\circ, \text{cos } 45^\circ) \quad r_2 = \sqrt{2} \cdot 1,2 = 1,7 \text{ m}$$



AL TRATARSE DE UN CAMPO CONSERVATIVO:

$$W_{AB} = -q \Delta V$$

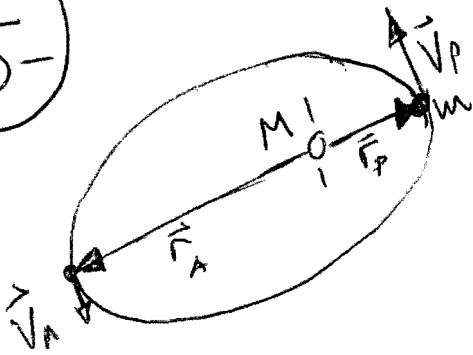
SE PUEDE COMPROBAR QUE $V_A = V_B$ (YA QUE:

$$V = \frac{kQ}{r} \Rightarrow V_A = kq_1 \left(\frac{1}{1,2} + \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 1,2} \right) \text{ Y } V_B = kq_1 \left(\frac{1}{\sqrt{2} \cdot 1,2} + \frac{1}{1,2} \right)$$

ASÍ PUES EL TRABAJO NETO REALIZADO POR EL CAMPO ES NULO.

$$W_{AB} = -q \Delta V = 0 \text{ J}$$

5-



a) LA ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

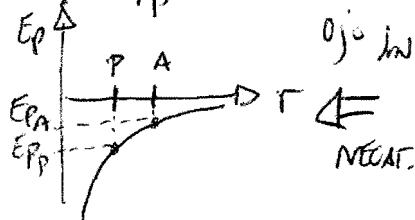
$$E_{pA} = -\frac{GMm}{r_A}$$

$$E_{pP} = -\frac{GMm}{r_P}$$

$$E_{pA} = -\frac{GMm}{2r_P}$$

$$r_A = 2r_P \Rightarrow \frac{r_A}{r_P} = 2$$

$$E_{pA} > E_{pB}$$



$$E_{pP} = 2E_{pA}$$

$$= \frac{1}{2} \left(-\frac{GMm}{r_P} \right) = E_{pA}$$

b) SEGUN LA 2ª LEY DE KEPLER: $L_A = L_P \Rightarrow L_A = L_P$

$$m r_A v_A \sin 90^\circ = m r_P v_P \sin 90^\circ \Rightarrow \frac{r_A}{r_P} = \frac{v_P}{v_A} = 2$$

LA ENERGÍA CINÉTICA: $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$$\frac{E_{cP}}{E_{cA}} = \frac{\frac{1}{2} m v_P^2}{\frac{1}{2} m v_A^2} = \left(\frac{v_P}{v_A} \right)^2 = 2^2 = 4 \Rightarrow E_{cP} = 4E_{cA}$$

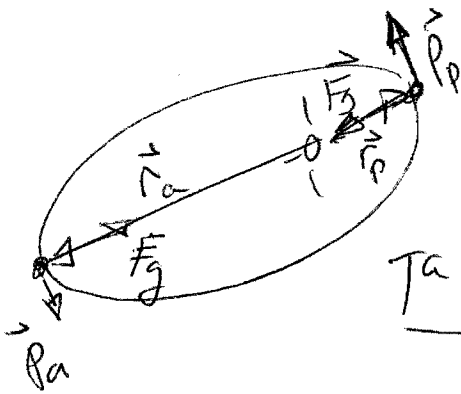
c) AL TRATARSE DE UN CAMPO CONSERVATIVO:

$$W_{AA} = 0 = \int_A^P \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_P^A \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

⇒

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \boxed{E_{m_P} = E_{m_A}}$$

d) AL TRATARSE DE UNA FUERZA RADIAL, EL MOMENTO ANGULAR SE MANTIENE CTE.



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_g = \vec{r} \times \left(-\frac{GMm}{r^2} \hat{u}_r \right) = \vec{0} \quad \text{(SON ANTIPARALELOS)}$$

Ta Mom. Cónstato:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{0}$$

$$\boxed{\vec{L}_A = \vec{L}_P}$$