

Nombre:

Apellidos:

1. En el extremo libre de un resorte colgado del techo, de longitud 40 cm , se cuelga un objeto de 50 g de masa. Cuando el objeto está en posición de equilibrio con el resorte, este mide 45 cm . Se desplaza el objeto desde la posición de equilibrio 6 cm hacia abajo y se suelta desde el reposo. Calcula: **(2p)**
 - a) El valor de la constante elástica del resorte y la función matemática del movimiento que describe el objeto.
 - b) La velocidad y la aceleración al pasar por el punto de equilibrio cuando el objeto asciende.
 - c) La energía mecánica del oscilador.
 - d) La posición para la que la energía cinética vale la mitad que la energía potencial y la velocidad es negativa.

2. Una bobina circular de 30 cm de radio y 30 espiras se encuentra, en el instante inicial, en el interior de un campo magnético uniforme de $0,03\text{ T}$, que es perpendicular al plano de su superficie. Si la bobina empieza a girar uniformemente alrededor de uno de sus diámetros, determina: **(2p)**
 - a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo. ¿Cuánto vale el flujo magnético máximo?
 - b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina en el instante $t = 0,3\text{ s}$, si gira con una velocidad angular de 90 rpm . Razona qué le ocurre al sentido de la corriente inducida a lo largo de un ciclo completo.

3. **(2p)**
 - a) Determina la masa de un ión de potasio, K^+ , si cuando penetra con una velocidad $\vec{v} = 8 \cdot 10^4 \hat{i}\text{ m s}^{-1}$ en un campo magnético uniforme de intensidad $\vec{B} = 0,1 \hat{k}\text{ T}$ describe una trayectoria circular de 65 cm de diámetro.
 - b) Determina el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que hay que aplicar en esa región para que el ión no se desvíe.

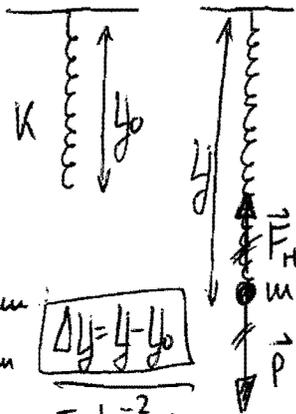
Dato: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.

4. Una astronauta ha instalado en la Luna un péndulo simple de $0,86\text{ m}$ de longitud y comprueba que oscila con un periodo de $4,6\text{ s}$. **(2p)**
 - a) Ayuda a la astronauta a calcular la aceleración de la gravedad sobre la superficie lunar.
 - b) Halla la relación entre las longitudes de dos péndulos situados en la Luna y en la Tierra para que oscilen con el mismo periodo.

5. Dos hilos conductores rectos muy largos y paralelos (A y B) con corrientes $I_A = 5\text{ A}$ e $I_B = 3\text{ A}$ en el mismo sentido están separados $0,2\text{ m}$. Calcula: **(2p)**
 - a) El campo magnético en el punto medio entre los dos conductores (D).
 - b) La fuerza ejercida sobre un tercer conductor C paralelo los anteriores, de $0,5\text{ m}$ y con $I_C = 2\text{ A}$ (en el mismo sentido que I_A) y que pasa por D .

Dato: Permeabilidad magnética del vacío en unidades SI: $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$

1-



$y_0 = 40 \text{ cm}$
 $y = 45 \text{ cm}$
 $\Delta y = y - y_0$
 $m = 50 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$

a) EN LA POSICIÓN DE EQUILIBRIO, LA $\vec{R} = \vec{0}$

$\vec{R} = \vec{F}_H + \vec{P} = (0, 0)$ LEY DE HOOKE $\vec{F}_H = -K\vec{r}$

$(0, +K\Delta y) + (0, -mg) = (0, 0)$

Eje "y" $\Rightarrow K\Delta y = mg \Rightarrow K = \frac{mg}{\Delta y}$

$K = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 9,8}{5 \cdot 10^{-2}} = 9,8 \text{ N/m}$

AL ESTIRAR EL MUELLE, LO SACAMOS DE LA POSICIÓN DE EQUILIBRIO Y COMENZARÁ A REALIZAR UN M.A.S., CUYA PULSACIÓN:

PULSACIÓN:

$\vec{F} = -Ky \hat{j} = ma \hat{j} = -m\omega^2 \hat{j}$

LEY DE HOOKE

$K = m\omega^2$

PULSACIÓN

$\omega = \sqrt{K/m}$

$\omega = \sqrt{\frac{9,8}{5 \cdot 10^{-2}}} = 14 \text{ rad/s}$

• LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE UN MAS. VERTICAL:

$y(t) = A \text{ sen}(\omega t + \varphi_0)$

• SU VELOCIDAD:

$v(t) = \frac{dy}{dt} = A\omega \text{ cos}(\omega t + \varphi_0)$

• SU ACELERACIÓN:

$a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \text{ sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$

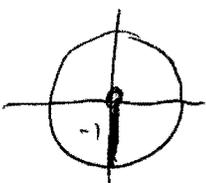
LA DISTANCIA QUE ELONGAMOS EL MUELLE, DETERMINA LA AMPLITUD $\Rightarrow A = 6 \text{ cm}$. PARA DETERMINAR LA FASE INICIAL, LAS CONDICIONES SA:

CONDICIONES SA:

$y(0) = -A = A \text{ sen} \varphi_0$

$\text{sen} \varphi_0 = -1$

$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$



LA ECUACIÓN DE ESTE OSCILADOR:

$y(t) = 6 \cdot \text{sen}(14t + \frac{3\pi}{2}) \text{ cm}$

b) AL PASAR POR LA POSICIÓN DE EQUILIBRIO ASCENDIENDO:
 $y=0$ y $v>0$:

$$V = \pm \omega \sqrt{A^2 - y^2} \Rightarrow \begin{cases} V_{\max} = \omega \cdot A = 14,6 \cdot 6 \cdot 10^{-2} \\ = 0,84 \text{ ms}^{-2} \end{cases} \quad a = -\omega^2 \cdot y = 0 \text{ ms}^{-2}$$

c) LA ENERGÍA MECÁNICA DEL OSCILADOR ES CTE =

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{m \omega^2 A^2}{k} \cos^2(\omega t + \phi_0) +$$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi_0)$$

$$\boxed{E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} k A^2} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} 9,8 \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2 = \underline{\underline{1,76 \cdot 10^{-2} \text{ J}}}$$

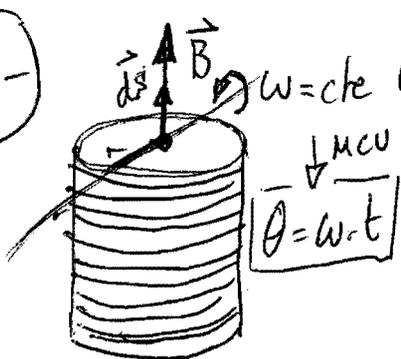
d) $E_c = \frac{1}{2} E_p$
 $E_c + E_p = E_m = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow \frac{1}{2} E_p + E_p = \frac{3}{2} E_p = \frac{1}{2} k A^2$

LA VELOC. PUEDE SER NEGATIVA EN AMBAS POSICIONES

$$\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} k x^2 \right) = \frac{1}{2} k A^2$$

$$\boxed{x = \pm 4,9 \text{ cm}} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 6 \quad \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{3} A^2$$

2-



a) EL FLUJO MAGNÉTICO A TRAVÉS DE UNA ESPIRA:

$$\Phi_{\text{ESP}} = \int_{S'} \vec{B} \cdot d\vec{S}' = \int_{S'} B \cdot dS' \cdot \cos \theta = B \cdot S' \cdot \cos \theta$$

$$\boxed{\Phi_{\text{BOB}} = N \Phi_{\text{ESP}} = N B S' \cos \theta}$$

$r = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m} \Rightarrow S' = \pi r^2$
 $N = 30 \text{ espiras}$
 $B = 0,03 \text{ T}$
 $S = 0,28 \text{ m}^2$

$$\Phi(t) = 30 \cdot 0,03 \cdot 0,28 \cdot \cos \omega t = \underline{\underline{0,25 \cos \omega t \text{ Wb}}}$$

$$\boxed{\Phi_{\max} = 0,25 \text{ Wb}}$$

se da cuando $\cos \omega t = 1$

b) DE ACUERDO CON LA LEY DE FARADAY-LENZ, LA F.E.M. (E) INDUCIDA EN LA BOBINA ES PROPORCIONAL AL CAMBIO DE FLUJO Y SE OPONE A LA CAUSA QUE LO PRODUCE:

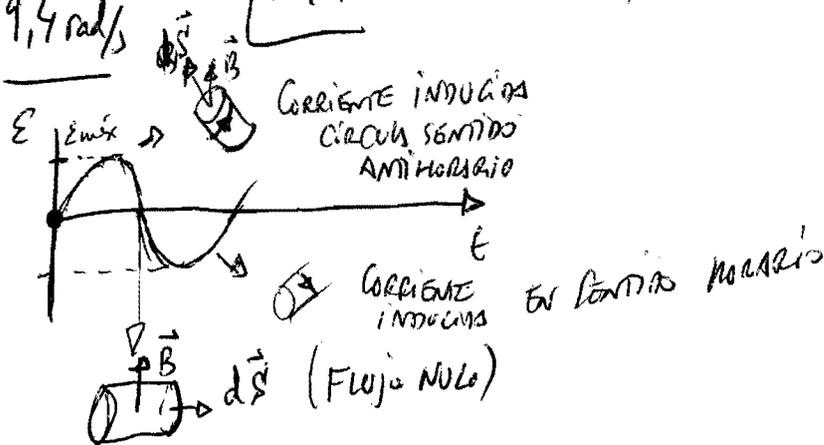
$$t = 0,3s \quad \left[\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = NBS' \omega \sin \omega t \right]$$

$$\omega = 90 \text{ rpm} =$$

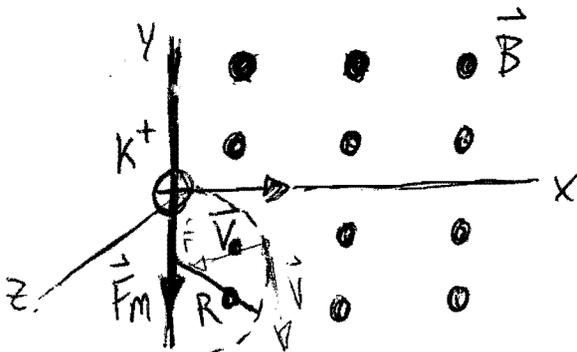
$$= \frac{90 \text{ rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} \cdot \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} = 9,4 \text{ rad/s}$$

$$\mathcal{E}(0,3) = 30 \cdot 0,03 \cdot 0,28 \sin(9,4 \cdot 0,3) = 0,08 \text{ V}$$

A LO LARGO DE UN CICLO COMPLETO LA F.E.M. VA CAMBIANDO



3-



a) SEGUN LA LEY DE LAPORTE, LA FUERZA MAGNETICA QUE SUFRIRA EL ION K+:

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

AL TRATARSE DE UNA FUERZA CENTRIFUGA:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_c \Rightarrow |\vec{F}_m| = |\vec{F}_c| \Rightarrow e v B \sin 90^\circ = \frac{m v^2}{R}$$

$$m = \frac{e B R}{v} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1 \cdot 0,325}{8 \cdot 10^4} = 6,5 \cdot 10^{-26} \text{ Kg}$$

$$\vec{v} = 8 \cdot 10^4 \hat{i} \text{ ms}^{-1}$$

$$\vec{B} = 0,1 \hat{k} \text{ T}$$

$$D = 65 \text{ cm} = 0,65 \text{ m} \Rightarrow R = \frac{D}{2} = 0,325 \text{ m}$$

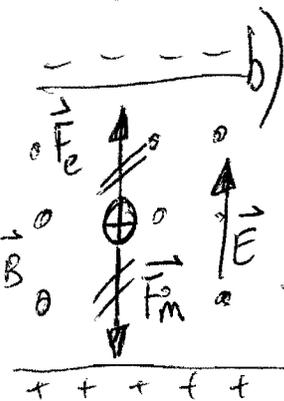
$$q_{K^+} = e \text{ (ATOMO QUE HA PERDIDO 1 ELECTRON)}$$

b) DEBEMOS APLICAR UN CAMPO ELECTRICO CUYA FUERZA EQUILIBRE A LA FUERZA MAGNETICA: $\vec{R} = \vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0}$

$$\vec{F}_m = -\vec{F}_e \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow e v B \sin 90^\circ = e E$$

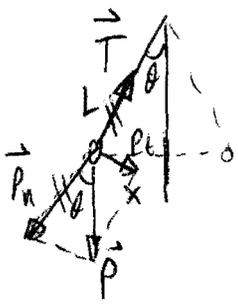
$$\vec{E} = 8 \cdot 10^3 \hat{j} \text{ N/C}$$

$$E = v B = 8 \cdot 10^4 \cdot 0,1 = 8000 \text{ N/C}$$



(4) a) Bajo el régimen de pequeñas oscilaciones ($\theta \approx \text{sen } \theta$) podemos aproximar el péndulo simple a un oscilador armónico:

ARMÓNICO:



$$P_t = -mg \text{sen } \theta \approx -mg \frac{x}{L} \approx -\frac{mg}{L} x$$

ES UNA FUERZA RESTAURADORA (TIPO HOOKE) QUE DETERMINA UN MAS.

$$x(t) = A \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

$$P_t = -\frac{mg}{L} x = m a \rightarrow \boxed{a = -\omega^2 x} \text{ * DEMOSTRADO EN (4)}$$

$T = 4,6 \text{ s}$
 $L = 0,86 \text{ m}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \text{UNIFORMES ARMAS} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{g/L}}$

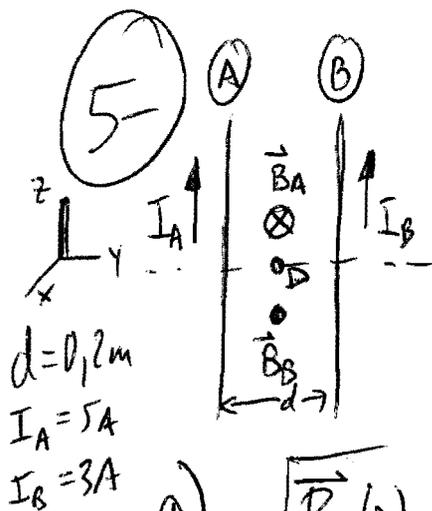
$$\boxed{g = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot L = \frac{4\pi^2}{4,6^2} \cdot 0,86 = 1,6 \text{ ms}^{-2}}$$

b) Como la RELACION ENTRE ACELERACIONES DE GRAVEDAD ES:

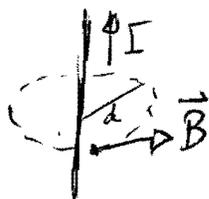
$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{9,8}{1,6} = \frac{\frac{4\pi^2}{T_T^2} \cdot L_T}{\frac{4\pi^2}{T_L^2} \cdot L_L} = \boxed{\frac{L_T}{L_L} = 6,1}$$

EN ESTE CASO:
 $L_T = 6,1 \cdot 0,86$
 $L_T = 5,3 \text{ m}$

LONGITUD DEL PÉNDULO TERRESTRE PARA QUE OSGLE GN EL MISMO PERIODO QUE EL LUNAR PROPIETD.



EL CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN WILLO CONDUCTOR RECIBIENDO E INDEFINIDO.



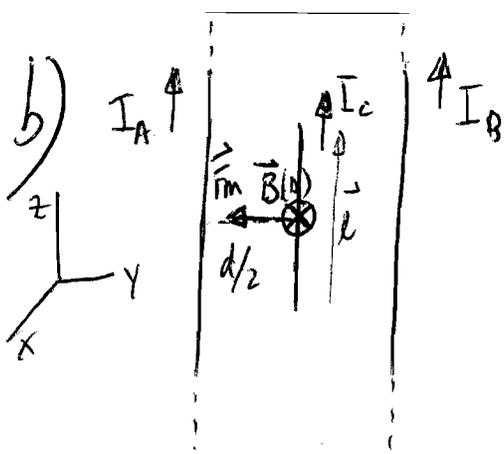
$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{u}_t}$$

(SENIDO DETERMINADO POR REGLA MANO DERECHA)

a) $\boxed{\vec{B}(d) = \vec{B}_A(d) + \vec{B}_B(d) = -4 \cdot 10^{-6} \hat{i} \text{ T}}$

$$\vec{B}_A = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi(d/2)} \cdot (-\hat{i}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 0,1} (-\hat{i}) = -1 \cdot 10^{-5} \hat{i} \text{ T}$$

$$\vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi(d/2)} \cdot (\hat{i}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 0,1} (\hat{i}) = 6 \cdot 10^{-6} \hat{i} \text{ T}$$



LA FUERZA QUE SUFRE UN CONDUCTOR RECTILÍNEO EN UN CAMPO UNIFORME ($\vec{B}(D)$); CALCULAR (ver a) ES:

$$\vec{F}_m = I (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$\vec{B}(D) = -4 \cdot 10^{-6} \hat{i} \text{ T}$$

$$\vec{l} = 0,5 \hat{k} \text{ m} \quad (\text{SENTIDO DETERMINADO POR CORRIENTE})$$

$$I_C = 2 \text{ A}$$

$$\vec{F}_m = 2 \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 0,5 \\ -4 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -4 \cdot 10^{-6} \hat{j} \text{ N}$$