

Nombre:

Apellidos:

1. Una masa puntual de 50 g unida a un muelle realiza un MAS con una frecuencia de 2 Hz . Si la energía total de este sistema es 25 J , razona: **(2p)**
- ¿Cuál es la constante elástica del muelle?
 - Sabiendo que en el instante inicial la masa se encuentra en la posición de equilibrio con velocidad negativa, ¿Cuál es la ecuación de movimiento?
 - ¿Cuánto vale la aceleración máxima de la oscilación?
 - ¿En qué posición la energía potencial vale un cuarto que la energía cinética y la velocidad es negativa?

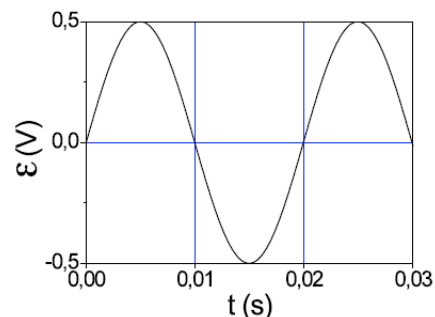
2. En un espectrómetro de masas se analiza una muestra que contiene sodio y magnesio. Cada átomo de dicha muestra es ionizado con una carga $+e$. Dicho espectrómetro de masas tiene en el selector de velocidades un campo eléctrico de $1,6 \cdot 10^5\text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$ y un campo magnético de $0,8\text{ T}$. Además, en la región de curvatura, el campo magnético vale $0,6\text{ T}$. **(2p)**

- ¿Cuál es la velocidad de los iones que pasan a través del selector de velocidades?
- Hallar la separación espacial entre los impactos en la placa fotográfica de los iones de sodio y de magnesio.

Datos: Unidad de masa atómica $1u = 1,66 \times 10^{-27}\text{ kg}$; $M_{\text{Na}} = 20\text{ u}$; $M_{\text{Mg}} = 24\text{ u}$
Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$.

3. Se hace girar una espira conductora circular de 5 cm de radio respecto a uno de sus diámetros en una región con un campo magnético uniforme de módulo B y dirección perpendicular a dicho diámetro. La fuerza electromotriz inducida (ε) en la espira depende del tiempo (t) como se muestra en la figura. Teniendo en cuenta los datos de esta figura, determine: **(2p)**

- La frecuencia de giro de la espira y el valor de B .
- La expresión del flujo de campo magnético a través de la espira en función del tiempo.



4. Sobre dos placas paralelas e indefinidas, separadas por una distancia d , se distribuyen respectivamente las densidades de carga superficiales: $\rho_1 = 2\text{ C}\cdot\text{m}^{-2}$, $\rho_2 = 4\text{ C}\cdot\text{m}^{-2}$. **(2p)**

- Calcular el vector campo eléctrico entre los dos planos y en el espacio a derecha e izquierda de los mismos.

- ¿Y si ambas densidades de carga fuesen negativas?

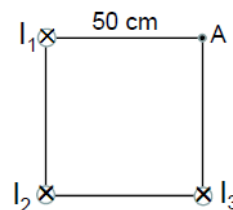
Dato: Constante dieléctrica del vacío $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\text{ N}^{-1}\cdot\text{C}^2\cdot\text{m}^{-2}$

5. Tres hilos conductores infinitos y paralelos pasan por los vértices de un cuadrado de 50 cm de lado como se indica en la figura. Las tres corrientes I_1 , I_2 e I_3 circulan hacia dentro del papel. **(2p)**

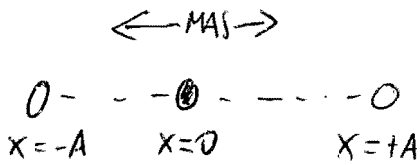
- Si $I_1 = I_2 = I_3 = 50\text{ mA}$, determina el campo magnético en el vértice A del cuadrado.

- Si $I_1 = 0$, $I_2 = 5\text{ mA}$ e $I_3 = 10\text{ mA}$, determina la fuerza por unidad de longitud entre los hilos recorridos por las corrientes.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ N A}^{-2}$



1-



$$m = 50g = \underline{0,05kg}$$

$$f = 2Hz \Rightarrow \omega = 2\pi f = \underline{4\pi \text{ rad/s}}$$

$$E_m = 25J$$

$$K = m\omega^2 = 0,05 \cdot (4\pi)^2 = \underline{7,90 N/m}$$

a) LA FUERZA QUE SUFRE UNA PARTÍCULA QUE REALIZA UN MAS, VIENE DETERMINADA POR LA LEY DE HOOKE:

$$\vec{F} = -Kx \hat{i} \stackrel{\text{2ª LEY NEWTON}}{=} m\vec{a} \Rightarrow \boxed{K = m\omega^2}$$

* LA EC. DE UN MAS: $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$

$$\text{SU ACELERACIÓN: } a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

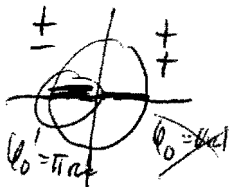
b)

$$\left. \begin{array}{l} x(0) = 0 \\ v(0) < 0 \end{array} \right\}$$

DETERMINAMOS LA FASE INICIAL:

$$x(0) = A \sin \varphi_0 = 0$$

$$\sin \varphi_0 = 0$$



$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v(0) = A\omega \cos \varphi_0 < 0$$

$$A\omega > 0 \Rightarrow \cos \varphi_0 < 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_0 = \pi \text{ rad}}$$

PARA DETERMINAR LA AMPLITUD, ACORDAMOS A LA CONSERVACIÓN DE E_m :

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\varphi) + \frac{1}{2} K A^2 \sin^2(\varphi)$$

$$\downarrow \boxed{A = \sqrt{\frac{2E_m}{K}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{7,9}} = \underline{2,52m} = \frac{1}{2} K A^2 [\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi)] = \frac{1}{2} K A^2$$

$$\text{LA ECUACIÓN DE MAS: } \boxed{x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) = \underline{2,52 \sin(4\pi t + \pi) m}}$$

$$c) \boxed{a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)}$$

CUYO VALOR MÁXIMO ES:

$$\boxed{a_{\max} = A\omega^2 = 2,52 \cdot (4\pi)^2 = \underline{398 m/s^2}}$$

$$d) \left. \begin{array}{l} E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} K A^2 \\ E_p = \frac{1}{4} E_c \Rightarrow E_c = 4E_p \end{array} \right\}$$

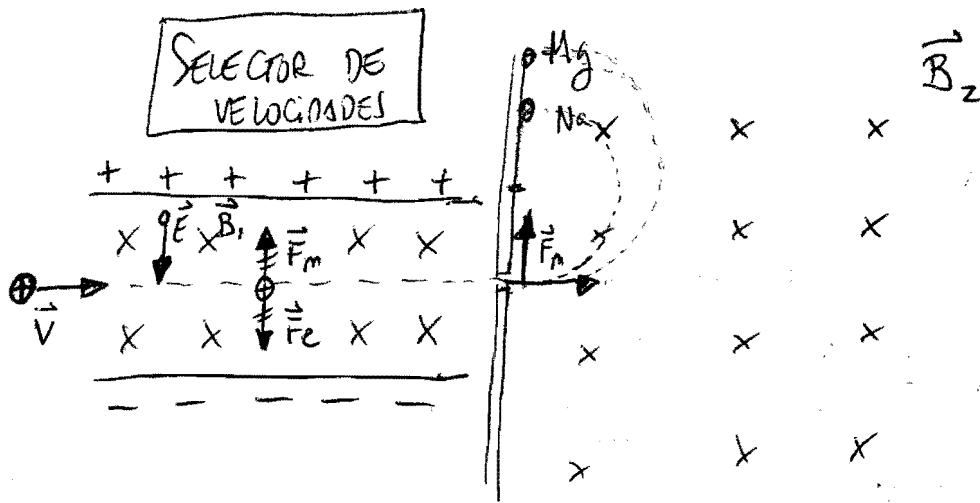
$$v < 0$$

$$E_p = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow 5 \left(\frac{1}{2} K x^2 \right) = \frac{1}{2} K A^2$$

EN AMBAS POSICIONES SE PUEDE DAR $v < 0$

$$\boxed{x = \pm \frac{\sqrt{5}}{5} A = \pm 1,13m}$$

(2)



LEY DE LORENTZ

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$E = 1,6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$B_1 = 0,8 \text{ T}$$

$$B_2 = 0,6 \text{ T}$$

$$M_{Na} = 20 \text{ u} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{u}}$$

$$M_{Mg} = 24 \text{ u}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

a) En el selector de velocidades atraviesan si cumplen la 1ª ley de Newton:

$$\vec{R} = \vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_m = -\vec{F}_e} \Rightarrow$$

$$F_m = F_e \Rightarrow qvB \sin 90^\circ = qE$$

La misma velocidad para ambas partículas.

$$\boxed{v = \frac{E}{B} = \frac{1,6 \cdot 10^5}{0,8} = 2 \cdot 10^5 \text{ m/s}}$$

b) En la 2ª parte sólo actúa el campo magnético provocando una fuerza centrípeta:

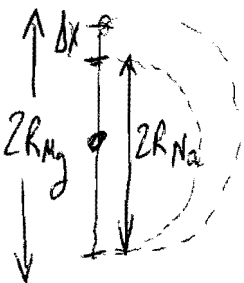
$$\boxed{\vec{F}_c = \vec{F}_m} \Rightarrow F_c = F_m \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = qvB \sin 90^\circ$$

$$\boxed{R = \frac{mv}{eB}}$$

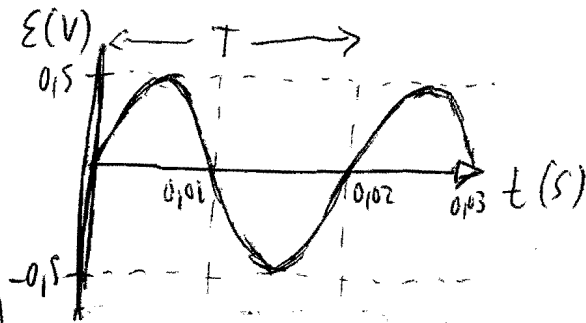
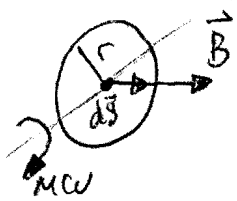
$$\boxed{R_{Na} = \frac{M_{Na} \cdot v}{e \cdot B} = \frac{20 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,6} = 6,92 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

$$\boxed{R_{Mg} = \frac{M_{Mg} \cdot v}{e \cdot B} = \frac{24 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,6} = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

$$\boxed{\Delta x = 2(R_{Mg} - R_{Na}) = 2 \cdot (8,3 - 6,92) \cdot 10^{-2} = 2,76 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$



3-



$$\epsilon_{\text{máx}} = 0,15 \text{ V}$$

$$T = 0,02 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$r = 5 \text{ cm} \rightarrow S = \pi r^2 = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$B = \text{cte}$$

DE LA GRÁFICA SADEMOS: $\epsilon(t) = 0,15 \text{ sen}(100\pi t) \text{ V}$

a) EL FLUJO MAGNÉTICO A TRAVÉS DE UNA ESPIRA: ↑

AL TRASMITE DE UN MCW:
 $\alpha = \omega \cdot t$

$$\Phi = \int_{S'} \vec{B} \cdot d\vec{S}' = \int_{S'} B \cdot dS' \cdot \cos \omega t = B \cos \omega t \int_{S'} dS' = B \cos \omega t \cdot S'$$

$$\Phi(t) = B \cdot S \cdot \cos \omega t$$

CONFORME A LA LEY DE FARADAY - LENZ:

$$\epsilon(t) = - \frac{d\Phi}{dt} = \underbrace{(B \cdot S \cdot \omega)}_{\epsilon_{\text{máx}}} \text{ sen } \omega t$$

LA FRECUENCIA: $f = \frac{1}{T} = 50 \text{ Hz}$

EL MÁXIMO DEL CAMPO MAGNÉTICO: $\epsilon_{\text{máx}} = B \cdot S \cdot \omega$

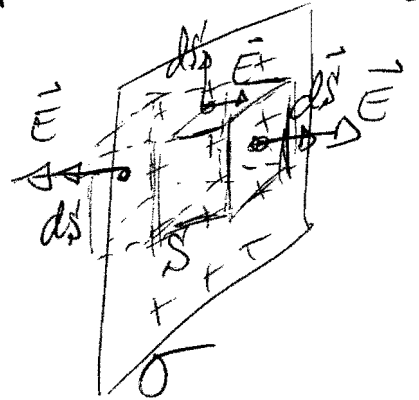
$$B = \frac{\epsilon_{\text{máx}}}{S \cdot \omega} = \frac{0,15}{7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 100\pi} = 0,2 \text{ T}$$

b)

$$\Phi(t) = 0,2 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 100\pi t = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos 100\pi t \text{ Wb}$$

4) EL CAMPO ELÉCTRICO CREADO POR UN PLANO INFINITO Y UNIFORMEMENTE CARGADO, SE DETERMINA MEDIANTE LA LEY DE GAUSS:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{CARRAS LATERALES}} E \cdot dS \cdot \cos 90^\circ + 2 \int_{\text{TAPAS}} E \cdot dS \cdot \cos 0^\circ = 2E \cdot S$$

$$2E \cdot S = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\epsilon_0 \cdot S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

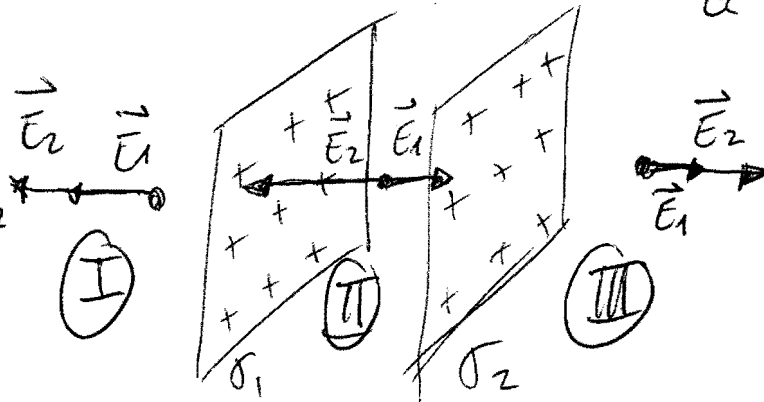
EL CAMPO CREADO ES UNIFORME EN LOS MÓDULOS:

a)

$$\sigma_1 = \rho_1 = 2 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\sigma_2 = \rho_2 = 4 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ C}^2 \text{ m}^{-2}$$



$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{2}{\epsilon_0} \text{ N/C}$$

REGIÓN INTERMEDIA: $\vec{E}_R = \vec{E}_2 + \vec{E}_1 = -\frac{2}{\epsilon_0} \hat{i} + \frac{1}{\epsilon_0} \hat{i} = -\frac{1}{\epsilon_0} \hat{i}$

$$\vec{E}_{R\text{II}} = -1,13 \cdot 10^{11} \hat{i} \text{ N/C}$$

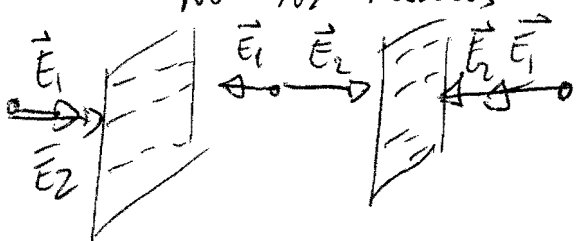
REGIÓN EXTERNA:

$$\vec{E}_{R\text{I}} = -\frac{2}{\epsilon_0} \hat{i} - \frac{1}{\epsilon_0} \hat{i} = -\frac{3}{\epsilon_0} \hat{i} = -3,39 \cdot 10^{11} \hat{i} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_{R\text{III}} = +\frac{3}{\epsilon_0} \hat{i} = +3,39 \cdot 10^{11} \hat{i} \text{ N/C}$$

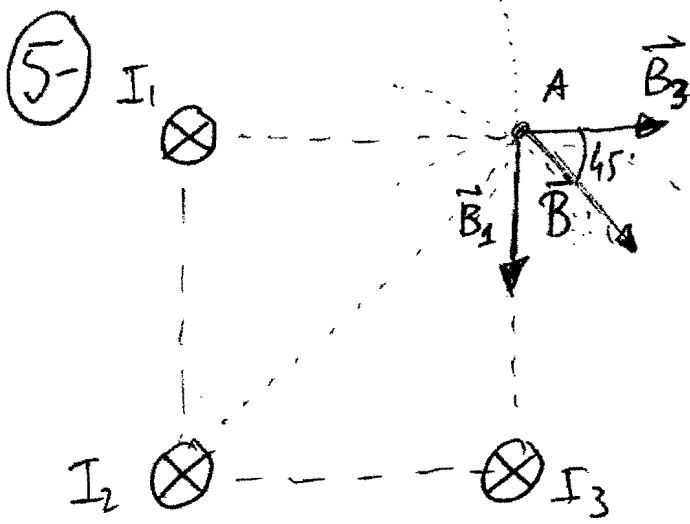
b)

ENTONCES CAMBIARÍAN LOS SENTIDOS DE LOS VECTORES, PERO NO SUS MÓDULOS

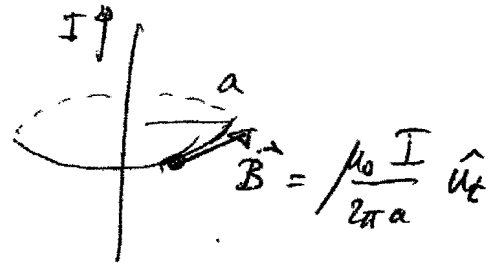


$$\vec{E}_{R\text{II}} = 1,13 \cdot 10^{11} \hat{i} \text{ N/C} \quad \vec{E}_{R\text{I}} = -3,39 \cdot 10^{11} \hat{i} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_{R\text{III}} = 3,39 \cdot 10^{11} \hat{i} \text{ N/C}$$



EL CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UNA CORRIENTE LINEAL SEGÚN LA LEY DE AMPÈRE:



$L = 50 \text{ cm}$ a) $I = I_1 = I_2 = I_3 = 30 \text{ mA}$

$d_1 = d_3 = L$

$d_2 = \sqrt{2} L$

$\vec{B}(A) = \vec{B}_1(A) + \vec{B}_2(A) + \vec{B}_3(A) = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi L} \hat{i} - \frac{3}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi L} \hat{j}$

$\vec{B}_1(A) = - \frac{\mu_0 I}{2\pi L} \hat{j} =$

$\vec{B}_2(A) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{2}L} \cdot \cos 315^\circ \hat{i} + \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{2}L} \cdot \sin 315^\circ \hat{j} = \frac{\mu_0 I}{4\pi L} \hat{i} - \frac{\mu_0 I}{4\pi L} \hat{j}$

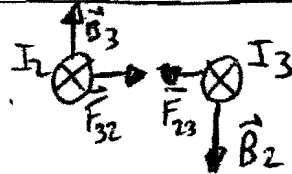
$\vec{B}_3(A) = \frac{\mu_0 I}{2\pi L} \hat{i}$

$\vec{B}(A) = \frac{3}{2} \cdot \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-2}} (\hat{i} - \hat{j}) = (3 \cdot 10^{-8} \hat{i} - 3 \cdot 10^{-8} \hat{j}) \text{ T}$

$B(A) = 4,25 \cdot 10^{-8} \text{ T}$

$\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23}$

b) $I_1 = 0$
 $I_2 = 5 \text{ mA}$
 $I_3 = 10 \text{ mA}$
 $d = L$



LA FUERZA QUE SURTE UN WIRE INDICADO EN $\vec{B} = \text{cte}$: $\vec{F}_m = I(\vec{l} \times \vec{B}) \Rightarrow F_m = I l B \sin 90^\circ$

$\frac{F_{23}}{l} = \frac{I_2 B_3}{3} = \frac{\mu_0 I_2 I_3}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ N/m}$