

Nombre:

Apellidos:

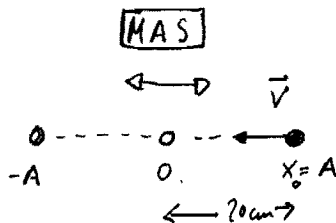
CUESTIONES

- Una partícula de masa 5 g inicia un movimiento armónico simple en el extremo de su trayectoria y tarda 0,1 s en llegar al centro de ella. Si la distancia entre ambas posiciones es de 20 cm, determina:
 - La ecuación del movimiento y la posición de la partícula 1 s después de iniciado el movimiento.
 - La energía cinética máxima de la partícula y la posición donde la alcanza. Si esta misma partícula tardase el doble de tiempo en realizar el mismo recorrido, determina por cuánto se multiplicaría o se dividiría su energía cinética máxima.
- Se tienen 200 g de una muestra radiactiva cuya velocidad de desintegración es tal que al cabo de un día nos queda sólo el 75% de esta. Calcula:
 - La constante de desintegración y la vida media.
 - La masa que quedará después de 22 días. (Haz una representación gráfica de la función $m(t)$).
- La cuerda Mi de un violín vibra a 659,26 Hz en el modo fundamental. La longitud de la cuerda es de 32 cm:
 - Obtén el período de la nota Mi y la velocidad de las ondas en la cuerda.
 - Si el sonido producido tiene 10^{-4} W de potencia, calcula la distancia a la que habría que situarse para escucharlo con un nivel de intensidad de 50 dB.
Dato: Intensidad umbral $I_0 = 10^{-12}$ W/m²

PROBLEMAS

- Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal, en el sentido negativo de las X, siendo 10 cm la distancia mínima entre puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con un MAS cuya frecuencia es de 50 Hz y su amplitud de 4 cm, determina:
 - La expresión matemática de la onda, si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas y en $t = 0$ la elongación es nula y la velocidad de oscilación negativa. **(1p)**
 - La elongación del punto $x = -5$ cm para $t = 10$ s. **(0,5p)**
 - La velocidad máxima de oscilación. **(0,5p)**
- A 40 cm de distancia del centro óptico de una lente de 5 dioptrías y a su izquierda, se halla un objeto luminoso. A la derecha de la lente y a 1 m de distancia, formando con ella un sistema centrado, existe un espejo convexo de 60 cm de radio.
 - ¿Cuál es la posición de la imagen? Describe su naturaleza. ¿Cuánto vale el aumento lateral del sistema?
 - Efectúa la correspondiente construcción geométrica.

1-



a) LA ECUACION DE MOVIMIENTO DE UN MAS:

$$x(t) = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

$$m = 5g$$

$$x(0) = A = 20 \text{ cm}$$

$$x'(0) = 0 \text{ cm/s}$$

$$T = 4 \cdot 0,1 = 0,4 \text{ s}$$

$$x(0) = A \text{ sen } \varphi_0 = A$$

$$\text{sen } \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ o } 3\pi/2 \text{ rad}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \text{ rad/s}$$

PODRÍAN SER AMBAS SOLUCIONES DEPENDIENDO DEL EXTREMO ESCOGIDO.

SUSTITUYENDO LOS VALORES:

$$x(t) = 20 \text{ sen } (5\pi t + \pi/2) \text{ cm}$$

$$x(1) = 20 \text{ sen } (5\pi \cdot 1 + \pi/2) = 20 \text{ sen } (11\pi/2) = -20 \text{ cm}$$

SE ENCUENTRA EN EL EXTREMO OPUESTO AL QUE EMPEZÓ.

b) LA ENERGÍA CINÉTICA DE LA PARTÍCULA SE DEFINE:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2; \text{ Y LA POTENCIAL (ELÁSTICA): } E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

SI HALLAMOS LA ENERGÍA MECÁNICA, OBSERVAREMOS QUE ÉSTA ES CTE:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0); \quad a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \text{ sen } (\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

DE LA DINÁMICA CONOCEMOS, QUE LA RIGE LA LEY DE HOOKE: $\vec{F} = -kx\hat{i} = m\vec{a}$

$$-kx\hat{i} = -m\omega^2 x\hat{i} \Rightarrow k = m\omega^2$$

$$E_c + E_p = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} k A^2 \text{ sen}^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_p = 0 \Leftrightarrow E_{c \text{ máx}} = E_m = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^{-3} \cdot (5\pi)^2 \cdot (20 \cdot 10^{-2})^2$$

$x=0$ SE ALCANZA EN EL ORIGEN.

$$E_{c \text{ máx}} = 0,025 \text{ J}$$

$$\text{Si } T' = 2T \Rightarrow \omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{\omega}{2} \Rightarrow E'_{c \text{ máx}} = \frac{1}{2} m \omega'^2 A^2$$

$$E'_{c \text{ máx}} = \frac{1}{2} m \frac{\omega^2}{4} A^2 = \frac{1}{4} E_{c \text{ máx}}$$

2-

$$M_0 = 200g$$

$$M(1día) = \frac{75}{100} \cdot M_0 = 150g$$

PODEMOS HALLAR LA MASA DE LA MUESTRA A PARTIR DEL SIGUIENTE FACTOR DE CONVERSIÓN:

$$M = N_{\text{núcleos}} \cdot \frac{1_{\text{mol}}}{N_A \text{núcleos}} \cdot \frac{\mu g}{1_{\text{mol}}}$$

QUE ES EL MISMO FACTOR PARA M_0 y POR ESO

SEGÚN LA LEY DE DESINTEGRACIÓN RADIACTIVA:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

EL NÚMERO DE NÚCLIDOS QUE SE DESINTEGRAN POR UNIDAD DE TIEMPO ES PROPORCIONAL AL NO DE NÚCLIDOS QUE HAY SIN DESINTEGRAR.

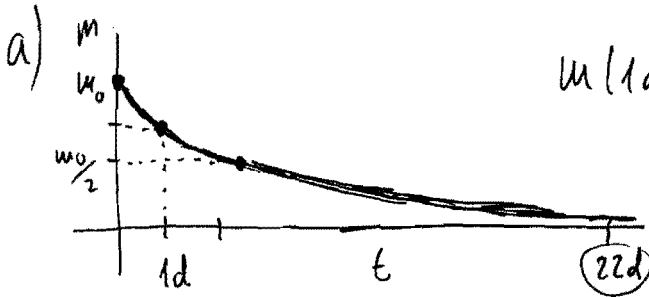
↓ llamamos $N(t)$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \Rightarrow$$

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda dt \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow M(t) = M_0 e^{-\lambda t}$$



$$M(1día) = \frac{75}{100} M_0 \quad (\text{si sustituimos en la ECUACIÓN})$$

$$\frac{75}{100} M_0 = M_0 e^{-\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{75}{100}\right) = -\lambda \Rightarrow \lambda = 0,29 d^{-1}$$

LA VIDA MEDIA DE UN NÚCLEO SE DEFINE COMO:

$$T = \frac{1}{\lambda} = 3,45 d$$

$$b) M(22d) = 200 \cdot e^{-0,29 \cdot 22} = 0,34 g$$

LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA MUESTRA QUE LA SUSTANCIA RADIACTIVA HA DISMINUIDO POR DEBATO DE 1g.

3-

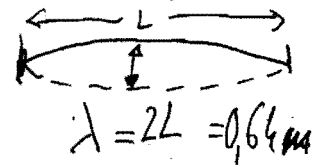


$$f_0 = 659,26 \text{ Hz}$$

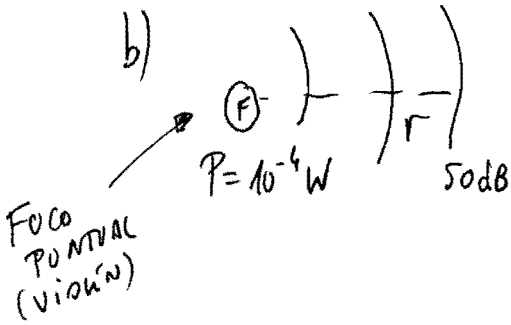
$$L = 32 \text{ cm}$$

SE TRATA DE UNA ONDA ESTACIONARIA: MODO FUNDAMENTAL:

$$a) \quad T = \frac{1}{f} = 1,52 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$



$$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,64}{1,52 \cdot 10^{-3}} = 421 \text{ m/s}$$



LA INTENSIDAD DEL SONIDO SE DEFINE COMO LA POTENCIA POR UNIDAD DE SUPERFICIE DEL FRENTE DE ONDAS:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \quad (\text{FRENTE DE ONDAS ESFERICO})$$

EL NIVEL DE SONORIDAD VIENE DADO POR LA ECUACION DE LOS

DECIBELIOS:
$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 50 = 10 \cdot (\log I - \log I_0)$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

SI INTRODUCIMOS EL VALOR EN LA DEFINICION DE INTENSIDAD Y DESPEJAMOS r:

$$r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7}}} =$$

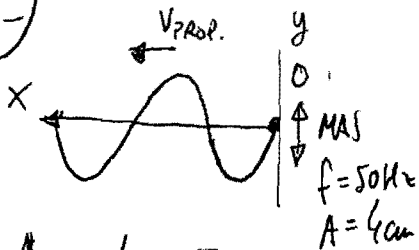
$$r = 8,92 \text{ m}$$

$$\log I = 5 + \log 10^{-12}$$

$$\log I = 5 - 12 = -7$$

$$I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

4-



$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= 10 \text{ cm} \\ \Delta \varphi &= 2\pi \text{ rad} \end{aligned} \right\}$$

EL DEFASE ESPACIAL SE CALCULA VIENDO LA DIFERENCIA DE FASE ENTRE DOS PUNTO DE LA ONDA EN UN INSTANTE DETERMINADO:

$$\begin{aligned} y_1(x_1, t) &= A \sin(\underbrace{\omega t + kx_1 + \varphi_0}_{\varphi_1}) \\ y_2(x_2, t) &= A \sin(\underbrace{\omega t + kx_2 + \varphi_0}_{\varphi_2}) \end{aligned}$$

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k \cdot \Delta x$$

a) LA ECUACION DE UNA ONDA ARMÓNICA TRANSVERSAL EN EL EJO $-OX$, VIENE DADA POR LA EXPRESIÓN:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t + kx + \varphi_0)$$

DETERMINAMOS LOS PARÁMETROS:

$$k = \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} = \frac{2\pi}{0,1} = \underline{20\pi \text{ m}^{-1}}$$

$$\omega = 2\pi f = \underline{100\pi \text{ rad/s}}$$

ALORA LA FASE INICIAL:

$$\rightarrow y(0, 0) = A \sin \varphi_0 = 0$$

$$\sin \varphi_0 = 0$$

$$\varphi_0 = \cancel{0} \text{ o } \pi \text{ rad}$$

$$\rightarrow v(0, 0) < 0$$

$$y(x, t) = 4 \sin(100\pi t + 20\pi x + \pi) \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } y(x = -5,10^{-2}, t = 10) &= 4 \sin(100\pi \cdot 10 + 20\pi \cdot (-5 \cdot 10^{-2}) + \pi) = \\ &= 4 \sin(1000\pi) = \underline{0 \text{ m}} \end{aligned}$$

c) LA VELOCIDAD DE OSCILACIÓN:

$$v(x, t) = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t + kx + \varphi_0)$$

AL SER EL COSENO UNA FUNCIÓN ACOTADA ENTRE -1 y 1 ; LA v_{max} ES IGUAL A:

$$v_{\text{max}} = A\omega = 4 \cdot 100\pi = 1,26 \cdot 10^3 \text{ cm/s} = \underline{12,6 \text{ m/s}}$$

5-

$$s_1 = -40 \text{ cm}$$

LENTE $P = 5 \text{ diop.} = \frac{1}{f_2}$
 CONVERGENTE
 PORQUE LA
 FOCAL IMAGEN
 ESTÁ A SU DERECHA

$$f_2 = \frac{1}{5} \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

DEBEMOS CAMBIAR EL SR.
 HASTA EL VÉRICE DEL ESPEJO:

ESPEJO $\left\{ \begin{array}{l} f = \frac{r}{2} = 30 \text{ cm} \\ s_1' = -60 \text{ cm} \text{ (ES } s_2 \text{ DE LA LENTE)} \end{array} \right.$
 $r = 60 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_2'} + \frac{1}{s_1'}$$

$$A_{L_2} = \frac{y_2'}{y_1'} = -\frac{s_2'}{s_1'}$$

a) AL TRATARSE DE UN SISTEMA COMPUESTO,
 DEBEMOS HACERLO POR PARTES:

LENTE $\left\{ \begin{array}{l} f_2 = 20 \text{ cm} \\ s_1 = -40 \text{ cm} \end{array} \right.$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}$$

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2}{s_1}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{-40}$$

$$\frac{1}{s_2} = \frac{2-1}{40} \Rightarrow s_2 = 40 \text{ cm}$$

$$A_{L_1} = \frac{40}{-40} = -1$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{s_2'} + \frac{1}{-60}$$

$$A_{L_2} = -\frac{s_2'}{s_1'} = -\frac{20}{-60} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{s_2'} = \frac{2+1}{60} = \frac{3}{60} \Rightarrow s_2' = 20 \text{ cm}$$

EL AUMENTO LATERAL TOTAL DEL SISTEMA ES: $A_{L_{TOT}} = A_{L_1} \cdot A_{L_2}$

$$A_{L_{TOT}} = -1 \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

NATURALEZA
 DE LA IMAGEN

- VIRTUAL: SE FORMA CON LA INTERSECCIÓN DE LA PROLONGACIÓN DE LOS RAYOS.
- INVERTIDA: Pq $A_{L_{TOT}} < 0$
- DISMINUIDA: Pq $|A_{L_{TOT}}| < 1$

b)

