EXAMEN DE DEPARTAMENTO DE FÍSICA **2º BACHILLERATO**

1ª EVALUACIÓN

Nombre:

Apellidos:

CUESTIONES

1. Dos satélites terrestres de igual masa describen sendas órbitas circulares de radios R_A y R_B. Si R_B vale el doble que R_A, determina la relación entre:
   a) Sus períodos de revolución.
   b) Sus velocidades lineales.
   c) Sus velocidades angulares.
   d) Sus energías totales.

2. Dos discos de masas M_1 y $M_2 = M_1/3$, y radios R_1 y $R_2 = 3R_1$ se encuentran girando con velocidades angulares ω_1 (en sentido horario) y $\omega_2 = \omega_1$ (en sentido antihorario). Si ambos discos se acoplan coaxialmente, calcula:
   a) La velocidad angular final del sistema en función de ω_1.
   b) El incremento de energía cinética del sistema en función de su energía cinética inicial.

3. Un planeta describe una órbita elíptica en torno al Sol. Sabiendo que la relación entre su distancia al Sol en el afelio y en el perihelio es $\sqrt{2}$, determina la relación entre el afelio y el perihelio de las siguientes magnitudes:
   a) El momento lineal.
   b) El momento angular.
   c) El potencial gravitatorio.
   d) La energía mecánica.

PROBLEMAS

4. Desde un punto de la superficie terrestre se lanza verticalmente hacia arriba un objeto de 100 kg que llega hasta una altura de 300 km. Determina:
   a) La velocidad de lanzamiento.
   b) La energía potencial del objeto a esa altura.

   Si estando situado a esa altura de 300 km, queremos convertir el objeto en satélite de forma que se ponga en órbita circular alrededor de la Tierra:
   c) ¿Qué energía adicional habrá que comunicarle?
   d) ¿Cuál será la velocidad y el período del satélite en esa órbita?

   Datos: Constante de gravitación universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
   Radio terrestre, $R_T = 6400$ km; Masa terrestre, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg.

5. Un sistema estelar es una agrupación de estrellas que interaccionan gravitatoriamente. En un sistema estelar binario, una estrella, situada en el origen de coordenadas, tiene masa $m_1 = 10^{30}$ kg, y la otra, $m_2 = 2 \cdot 10^{30}$ kg, y se encuentra sobre el eje X en la posición (d, 0), con $d = 2 \cdot 10^6$ km. Suponiendo que dichas estrellas se pueden considerar masas puntuales, calcula:
   a) El módulo, la dirección y el sentido del campo gravitatorio en el punto intermedio entre las dos estrellas.
   b) El punto sobre el eje X para el cual el potencial gravitatorio debido a la masa m_1 es igual al de la masa m_2.

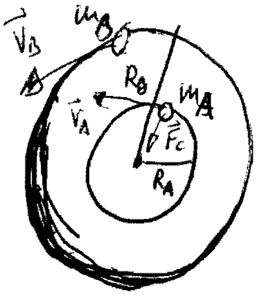
   Dato: Constante de gravitación universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

1-

$m_B = m_A = m$

$R_B = 2R_A$

$$\boxed{\frac{R_B}{R_A} = 2}$$



La fuerza centrípeta es la gravedad para un satélite: $F_c = F_g \Rightarrow \frac{\cancel{m}v^2}{\cancel{r}} = \frac{GM\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}$

Por tanto la velocidad orbital: $\boxed{V = \sqrt{GM/r}}$

a) En un MCU, el periodo $\boxed{T = \frac{2\pi r}{V}}$

Sustituyendo la veloc. orbital: $T = \frac{2\pi r}{\sqrt{GM/r}} \Rightarrow \boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3}$

$$\frac{T_B^2}{T_A^2} = \frac{\cancel{\frac{4\pi^2}{GM}} R_B^3}{\cancel{\frac{4\pi^2}{GM}} R_A^3} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3} = \sqrt{8} = \boxed{2\sqrt{2}} = \boxed{2{,}83}$$

b) La relación entre velocidades lineales:

$$\frac{V_B}{V_A} = \sqrt{\frac{\cancel{GM}/R_B}{\cancel{GM}/R_A}} = \sqrt{\frac{R_A}{R_B}} = \sqrt{1/2} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \boxed{0{,}71}$$

c) La velocidad angular en un MCU viene dada por la relación: $\boxed{V = \omega \cdot r} \Rightarrow \omega = V/r$

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{V_B/R_B}{V_A/R_A} = \overbrace{\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}^{\sqrt{2}/2} \cdot \overbrace{\left(\frac{R_A}{R_B}\right)}^{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{4}} = \boxed{0{,}35}$$

d) La energía mecánica orbital:

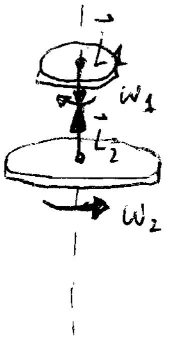
$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r} \overset{V=\sqrt{GM/r}}{=} \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r}$$

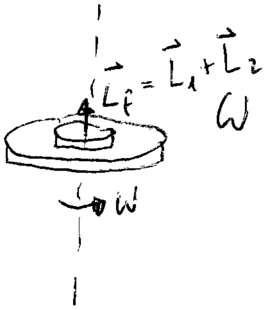
$$E_m = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

Como $m_A = m_B$ $\quad \frac{E_{m_B}}{E_{m_A}} = \frac{\cancel{-\frac{1}{2}} \frac{\cancel{GMm}}{R_B}}{\cancel{-\frac{1}{2}} \frac{\cancel{GMm}}{R_A}} = \frac{R_A}{R_B} = \boxed{\frac{1}{2}} = \boxed{0{,}5}$

Pero al ser números negativos $E_{m_B} > E_{m_A}$!!

(2)





M_1, R_1

$\begin{cases} M_2 = M_1/3 \\ R_2 = 3R_1 \end{cases}$

$\omega_2 = \omega_1 = \omega$

(SENTIDOS CONTRARIOS)

$\omega_2 > 0$ (ANTIHORARIO)

$\omega_1 < 0$ (HORARIO)

a)

- EL MOMENTO ANGULAR SE DEFINE $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\,\vec{r} \times \vec{v}$
- LA VELOCIDAD ANGULAR ES UN VECTOR $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
- POR LO TANTO EN ROTACIÓN: $\boxed{\vec{L} = I\vec{\omega}}$
- COMO NO EXISTE NINGÚN MOMENTO DE FUERZA EXTERNO (LA FUERZA CENTRÍPETA NO CAUSA: $\vec{F}_c = \vec{r} \times \frac{v^2}{r}\hat{u}_r = \vec{0}$), ENTONCES EL MOMENTO ANGULAR SE MANTIENE CONSTANTE EN EL ACOPLAMIENTO COAXIAL.

$$\boxed{L_0 = L_f} \Rightarrow \boxed{I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\omega_f}$$

- EL MOMENTO DE INERCIA DE UN DISCO ES:

$$\boxed{I = \frac{1}{2}MR^2}$$

$I_1 = \frac{1}{2}M_1R_1^2$

$I_2 = \frac{1}{2}M_2R_2^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{M_1}{3}\right)(3R_1)^2 = 3I_1$

- EL MOMENTO DE INERCIA ES ADITIVO, ASÍ QUE EL FINAL: $\boxed{I_f = I_1 + I_2 = 4I_1}$

$-I_1\omega + 3I_1\omega = (I_1 + 3I_1)\omega_f$

$2\cancel{I_1}\omega = 4\cancel{I_1}\omega_f$

$\boxed{\omega_f = \omega/2}$ (EN SENTIDO ANTIHORARIO)

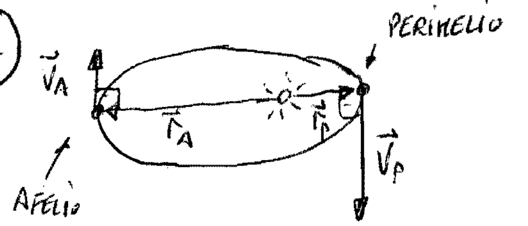
b) LA ENERGÍA CINÉTICA DE ROTACIÓN: $\boxed{E_{C_R} = \frac{1}{2}I\omega^2}$

$$\Delta E_{C_R} = E_{C_{R_f}} - E_{C_{R_0}} = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_f^2 - \left[\frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2\right] =$$

$$= \frac{1}{2}(4I_1)\left(\frac{\omega}{2}\right)^2 - \underbrace{\left[\frac{1}{2}I_1(-\omega)^2 + \frac{1}{2}(3I_1)\omega^2\right]}_{E_{C_{R_0}} = 4\left(\frac{1}{2}I_1\omega^2\right)} = \frac{1}{2}I_1\omega^2 - 4\left(\frac{1}{2}I_1\omega^2\right)$$

$$= -3\left(\frac{1}{2}I_1\omega^2\right) = \boxed{-\frac{3}{4}E_{C_{R_0}}}$$

3-



a) $\boxed{\vec{p} = m\vec{v}} \Rightarrow \boxed{\frac{p_A}{p_P} = \frac{\cancel{m} v_A}{\cancel{m} v_P} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

b) $\boxed{\vec{L}_A = \vec{L}_P} \Rightarrow \boxed{\frac{L_A}{L_P} = 1}$ EL MOMENTO ANGULAR SE CONSERVA

$\frac{r_A}{r_P} = \sqrt{2}$

SEGÚN LA 2ª LEY DE KEPLER (LEY DE LAS ÁREAS)

$\vec{L}_A = \vec{L}_P \Rightarrow \cancel{m} r_A v_A \cancel{\text{sen}\,90°} = \cancel{m} r_P v_P \cancel{\text{sen}\,90°}$

$\boxed{\frac{r_A}{r_P} = \frac{v_P}{v_A}}$

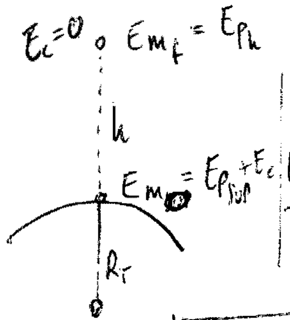
c) $\boxed{V = -\frac{GM}{r}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_P} = \frac{-GM/r_A}{-GM/r_P} = \boxed{\frac{r_P}{r_A}}$

$\boxed{\frac{V_A}{V_P} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

d) $\boxed{E_m = E_c + E_p}$ AL TRATARSE DE UN CAMPO CONSERVATIVO SE MANTIENE CTE.

$\boxed{\frac{E_{mA}}{E_{mP}} = 1}$

4-



LA ENERGÍA MECÁNICA SE MANTIENE CONSTANTE EN EL PROCESO, YA QUE SÓLO ACTÚAN LAS FUERZAS DEL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE, QUE ES CONSERVATIVO:

$h = 300\ km$
$m = 100\ kg$
G, R_T, M_T

$R_T + h = 6700\ km$

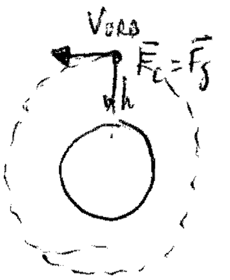
a) $\boxed{E_{m_f} = E_{m_0}} \Rightarrow -\frac{GM_T\cancel{m}}{R_T+h} = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - \frac{GM_T\cancel{m}}{R_T}$

$\boxed{\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}mv^2 \\ E_p = -\frac{GM_T m}{r} \end{array}} \Rightarrow$

$V^2 = 2GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h}\right)$

$\boxed{V = \sqrt{2GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h}\right)}} = \sqrt{2\cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot10^{24}\left(\frac{1}{6{,}4\cdot10^6} - \frac{1}{6{,}7\cdot10^6}\right)} = 2{,}3\cdot10^3\ m/s = \boxed{2{,}3\ km/s}$

b) $E_{p_f} = -\frac{GM_T m}{R_T+h} = -\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}\cdot100}{6{,}7\cdot10^6} = \boxed{-5{,}97\cdot10^9\ J}$



c) DEBEMOS COMUNICARLE UNA VELOCIDAD TANGENCIAL QUE HAGA QUE LA ACELERACIÓN SEA NORMAL GRAVITATORIA.

$\boxed{F_c = F_g} \Rightarrow \frac{\cancel{m}v^2}{\cancel{r}} = \frac{GM\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} \Rightarrow$

$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mV_{orb}^2 - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m}{R_T+h}$

$E_m = -2{,}98\cdot10^9\ J$ $\quad E_{extra} = E_{m_{orb}} - E_{p_f} = \boxed{2{,}99\cdot10^9\ J}$

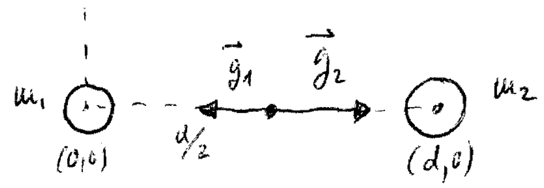
$\Downarrow$

d) VELOCIDAD ORBITAL $V = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}}{6{,}7\cdot10^6}} = \boxed{7{,}72\cdot10^3\ m/s}$

Y PERIODO $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot6{,}7\cdot10^6}{7{,}72\cdot10^3} = 5{,}46\cdot10^3\ s$

$\boxed{T = 1{,}52\ h}$

5-



$m_1 = 10^{30}$ kg

$m_2 = 2 \cdot 10^{30}$ kg

$d = 2 \cdot 10^6$ km $= 2 \cdot 10^9$ m

a) $\boxed{\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\hat{u}_r}$ DEFINICIÓN DE INTENSIDAD DE CAMPO

$\hat{u}_1 = \hat{i}$

$\hat{u}_2 = -\hat{i}$

$$\vec{g}_1 = -\frac{GM_1}{r_1^2}\hat{u}_1 = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{30}}{(10^9)^2}\hat{i} = \boxed{-66{,}7\ \hat{i}\ N/kg}$$

$$\vec{g}_2 = -\frac{GM_2}{r_2^2}\hat{u}_2 = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(10^9)^2}(-\hat{i}) = \boxed{133\ \hat{i}\ N/kg}$$

$$\vec{g}_R = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = \boxed{66{,}7\ \hat{i}\ N/kg}$$

MÓDULO $|\vec{g}_R| = 66{,}7$ N/kg

DIRECCIÓN: LA RECTA QUE UNE LOS CENTROS DE LAS ESTRELLAS (EJE X)

SENTIDO: POSITIVO (ES DECIR, DIRIGIDO HACIA LA ESTRELLA 2, DE MAYOR MASA)

b) $\boxed{V = -\frac{GM}{r}}$ DEFINICIÓN DE POTENCIAL GRAVITATORIO.

$\boxed{V_1 = V_2}$

$m_2 = 2m_1$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= -\frac{Gm_1}{r_1} \\ V_2 &= -\frac{Gm_2}{r_2} \end{aligned}\right\}$$

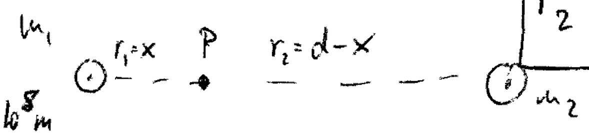
$$-\frac{\cancel{G}\cancel{m_1}}{r_1} = -\frac{\cancel{G} \cdot 2\cancel{m_1}}{r_2}$$

$\boxed{r_2 = 2r_1}$ DEBE ESTAR AL DOBLE DE DISTANCIA DE LA ESTRELLA 2, QUE DE LA 1.

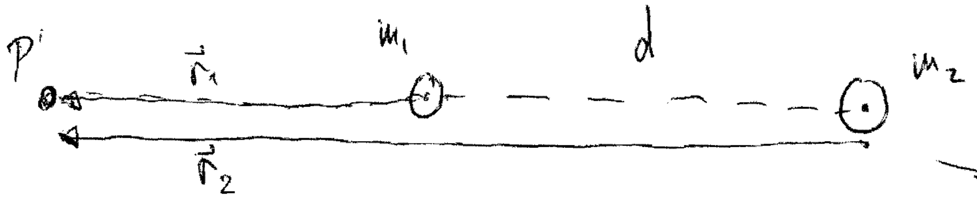
$d - x = 2x$

$3x = d$

$x = d/3 = 6{,}67 \cdot 10^8$ m



$\boxed{P = (6'67 \cdot 10^8, 0)\ m}$



$P' = (-d, 0)$

$\boxed{P' = (-2 \cdot 10^9, 0\ km)}$

ESTA SOLUCIÓN SERÍA EN EL EJE −X (Y EL ENUNCIADO DICE X)