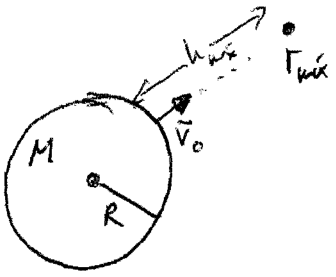
1-



DATOS:

$M = 4M_T$

$R = R_T$

$v_0 = 20\ km/s$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$

$R_T = 6370\ km = 6{,}37 \cdot 10^6\ m$

a) EN PRIMER LUGAR CALCULAMOS LA VELOCIDAD DE ESCAPE DESDE LA SUPERFICIE DEL PLANETA, QUE ES LA VELOCIDAD MÍNIMA NECESARIA PARA QUE LA SONDA NO REGRESE

ENERGÍA POTENCIAL GRAVIT. $\boxed{E_p = -GMm/r}$

$$E_{extra} + E_m = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_{esc}^2 - \frac{GM\cancel{m}}{R} = 0 \Rightarrow \boxed{v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}}$$

$$v_0 < v_{esc} = \sqrt{\frac{2G \cdot 4M_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^6}} = \boxed{22{,}4\ km/s}$$

COMO LA VELOCIDAD INICIAL DE LA SONDA ES MENOR QUE LA v_{esc}, LA SONDA REGRESARÁ A LA SUPERFICIE DEL PLANETA. LA ALTURA MÁXIMA QUE ALCANZARÁ:

- AL ACTUAR SOLO LA FUERZA GRAVITATORIA, SE CONSERVA LA Em:

$$\boxed{E_{m_{sup}} = E_{m_{ALT.\,MÁX}}}$$

ALCANZARÁ EL PUNTO MÁS ALEJADO CUANDO $E_c = 0$

$$\Rightarrow -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = -\frac{GM\cancel{m}}{r_{máx}}$$

$$\boxed{r_{máx} = -\frac{GM}{\frac{1}{2}v_0^2 - GM/R} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{\frac{1}{2}(20 \cdot 10^3)^2 - \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^6}} = 3{,}16 \cdot 10^7\ m}$$

$$r = R + h \Rightarrow \boxed{h_{máx} = r_{máx} - R = 3{,}16 \cdot 10^7 - 6{,}37 \cdot 10^6 = 2{,}52 \cdot 10^7\ m}$$

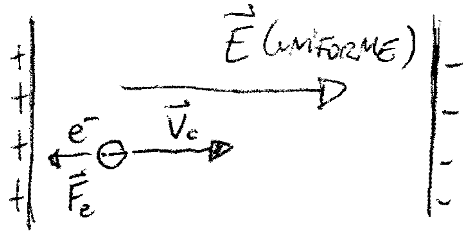
b) LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO SE DEFINE:

$$\boxed{\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\hat{u}_r} \xrightarrow{\text{EL MÓDULO SOBRE LA SUPERFICIE DEL PLANETA}} \boxed{g_0 = \frac{GM}{R^2}}$$

$$\boxed{\frac{g_0}{g_{0T}} = \frac{\cancel{G}M/R^2}{\cancel{G}M_T/R_T^2} = \frac{4\cancel{M_T}/\cancel{R_T^2}}{\cancel{M_T}/\cancel{R_T^2}} = 4}$$

EL PLANETA TIENE UNA INTENSIDAD DE CAMPO CUATRO VECES MAYOR SOBRE SU SUPERF. QUE LA TIERRA.

2-



a) LA ENERGÍA MECÁNICA DEL ELECTRÓN PERMANECE CONSTANTE DEBIDO A QUE SÓLO ACTÚA EL CAMPO $\vec{E}$ SOBRE ÉL. SIN EMBARGO, LA ENERGÍA POTENCIAL Y LA ENERGÍA CINÉTICA SÍ QUE CAMBIAN, AUNQUE SU SUMA PERMANEZCA CONSTANTE.

$E = 400\ N/C$
$v_0 = 2\cdot10^6\ ms^{-1}$
$m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}\ kg$
$e = 1{,}6\cdot10^{-19}\ C$

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta E_c = -\Delta E_p} \Rightarrow \frac{1}{2}m\underbrace{v_f^2}_{v_f=0} - \frac{1}{2}mv_0^2 = -(-e)\cdot\Delta V$$

LA DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE DOS PUNTOS:

$$\boxed{V_A - V_B} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} \overset{\text{si } \vec{E}=\text{cte}}{=} E\cdot\int_A^B d\vec{r} = \boxed{E\cdot d}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{d = \frac{1}{2}\frac{m_e}{e}\frac{v_0^2}{E}}$$

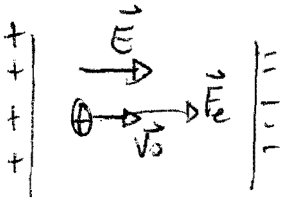
$$d = \frac{1}{2}\cdot\frac{9{,}11\cdot10^{-31}}{1{,}60\cdot10^{-19}}\cdot\frac{(2\cdot10^6)^2}{400}$$

MRUA $\Rightarrow$ $\vec{a} = -\frac{e}{m_e}E\,\hat{i} = \boxed{-7{,}03\cdot10^{13}\,\hat{i}\ ms^{-2}}$

$$\boxed{d = 2{,}85\cdot10^{-2}\ m = 2{,}85\ cm}$$

b) ENERGÉTICAMENTE, AL CAMBIAR EL SIGNO DE LA CARGA, SE PRODUCIRÍA UN AUMENTO DE E_c:

$$\boxed{\Delta V = E\cdot d = 11{,}4\ V}$$



$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m_p v_f^2 - \frac{1}{2}m_p v_0^2 = -e\cdot\Delta V$$

$$\frac{1}{2}m_p\left(v_f^2 - v_0^2\right) = -e\cdot\Delta V$$

$E = 400\ N/C$
$v_0 = 2\cdot10^6\ m/s$
$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}\ kg$

$$v_f^2 = -\frac{2e}{m_p}\cdot\Delta V + v_0^2$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{-\frac{2e}{m_p}\cdot\Delta V + v_0^2}} = \sqrt{-\frac{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{1{,}67\cdot10^{-27}}\cdot(-11{,}4) + (2\cdot10^6)^2}$$

$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a}$ TB. SE PUEDE LLEGAR POR MRUA

$$\vec{a} = \frac{e}{m_p}E\,\hat{i} = 3{,}83\cdot10^{10}\,\hat{i}\ ms^{-2}$$

MRUA
$\Delta x = 2{,}85\cdot10^{-2}$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$\boxed{v = 2{,}00\cdot10^6\ m/s}$$

$$\boxed{v_f = 2{,}00\cdot10^6\ m/s}$$

EL PROTÓN PRÁCTICAMENTE NO "SENTIRÍA" EL CAMPO $\vec{E}$

3-

· UN CAMPO ES LA PERTURBACIÓN QUE UNA MAGN. PRODUCE EN EL ESPACIO QUE LA RODEA:

LÍNEA DE CAMPO: LÍNEA TANGENTE AL VECTOR INTENSIDAD DE CAMPO EN CADA PUNTO.

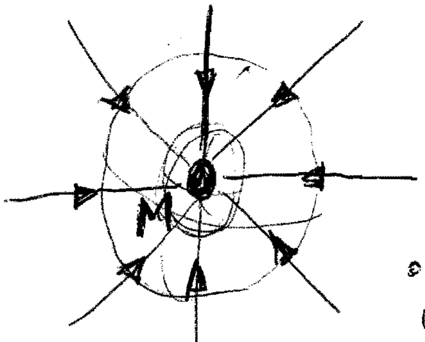
LÍNEA DE FUERZA: LÍNEA TANGENTE AL VECTOR FUERZA EN CADA PUNTO.

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES: CONJUNTO DE PUNTOS QUE SE ENCUENTRAN AL MISMO POTENCIAL.

PARA UNA MASA PUNTUAL

CAMPO GRAVITATORIO

$$V_A - V_B = \int_A \vec{g}\cdot d\vec{r} = \int -\frac{GM}{r^2}\,dr = -\frac{GM}{r}$$



· LÍNEAS DE CAMPO RADIALES (SENTIDO HACIA LA MASA)

$$\boxed{\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\,\hat{u}_r}$$

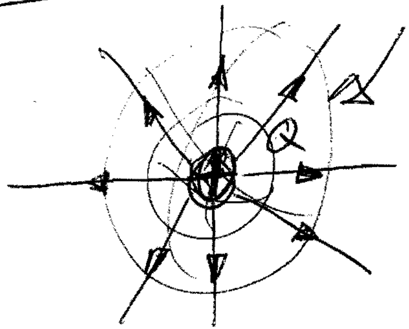
$$\boxed{\vec{F} = m\vec{g}}$$

· LÍNEAS DE FUERZA COINCIDEN (CUANDO HAY OTRA MASA m)

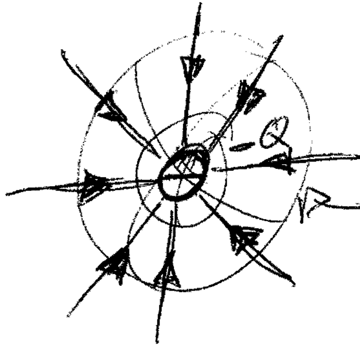
· SUPERF. EQUIPOTENCIAL (SON ESFERAS CONCÉNTRICAS A LA MASA). LAS LÍNEAS DE CAMPO SON ⊥ A LA SUPERF. EN CADA PTO.

$$\boxed{V = -GM/r}$$

CAMPO ELÉCTRICO ⇒ HAY DOS TIPOS DE CARGA:



SUP. EQUIP.
$V>0$



SUPER. EQUIPOT.
$V<0$

LÍNEAS DE CAMPO: $\boxed{\vec{E} = \frac{KQ}{r^2}\,\hat{u}_r}$ EL SENTIDO DEPENDE DEL SIGNO DE LA CARGA

LÍNEAS DE FUERZA: $\boxed{\vec{F} = q\,\vec{E}}$

PUEDE TENER SENTIDO CONTRARIO AL CAMPO (SI $q<0$)

$\vec{E}$

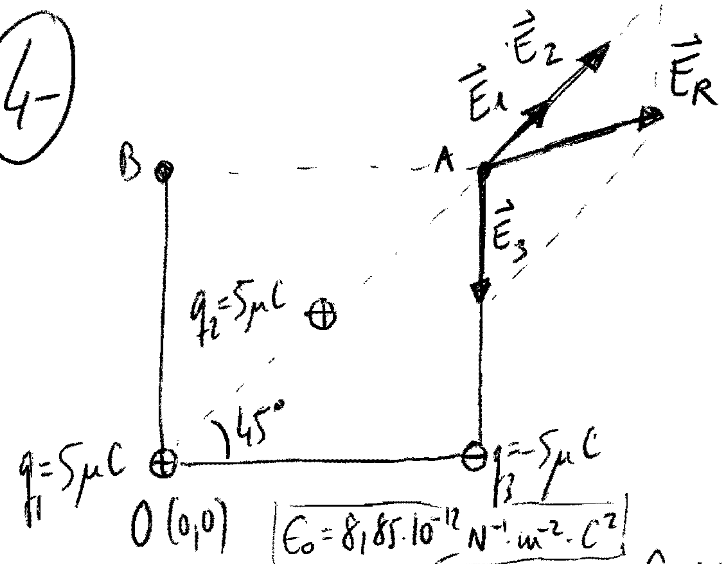
$\vec{F} = q\vec{E}$ (si $q>0$)

$\vec{F} = q\vec{E}$ (si $q<0$)

SUPERF. EQUIPOT.: MISMA SIMETRÍA, PERO YA PUEDE HABER $>$ y <0.

$\boxed{V = \frac{KQ}{r}}$

4-



$\boxed{\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ N^{-1} \cdot m^{-2} \cdot C^2}$

a) SEGÚN EL TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN DE CAMPOS, EL CAMPO RESULTANTE EN A:

$$\boxed{\vec{E}_R(A) = \vec{E}_1(A) + \vec{E}_2(A) + \vec{E}_3(A)}$$

EL CAMPO ELÉCTRICO CAUSADO POR UNA CARGA PUNTUAL:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{u}_r}$$

• CALCULAMOS LOS VECTORES UNITARIOS:

$$\begin{cases} \hat{u}_1 = \hat{u}_2 = (\cos 45°; \operatorname{sen} 45°) = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}(1,1)} \\ \hat{u}_3 = +\hat{j} \end{cases}$$

CON $\boxed{r_1 = \sqrt{2}\ m \quad r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\ m \quad r_3 = 1\ m}$

$$\vec{E}_1(A) = \frac{KQ}{(\sqrt{2})^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = (1'59, 1'59) \cdot 10^4\ N/C$$

$\boxed{K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

SE PUEDE COMPROBAR QUE

$$\vec{E}_2(A) = 4\,\vec{E}_1(A) = (6'36, 6'36) \cdot 10^4\ N/C$$

YA QUE $r_1 = 2r_2$

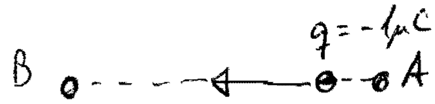
$|q_1| = |q_2| = |q_3| = Q$

$$\vec{E}_3(A) = -\frac{KQ}{1^2}(0,1) = (0, -4'50) \cdot 10^4\ N/C$$

$$\boxed{\vec{E}_R = (7'95, 3'45) \cdot 10^4\ N/C}$$

$\boxed{E_R = 8{,}67 \cdot 10^4\ N/C}$

b)



EL POTENCIAL ELÉCTRICO CAUSADO POR Q: $\boxed{V = \frac{KQ}{r}}$

EN UN CAMPO CONSERVATIVO: $\boxed{W_{AB} = -\Delta E_p = -q(V_B - V_A)}$

EL POTENCIAL EN A:

$$V_R(A) = V_1(A) + V_2(A) + V_3(A) = KQ\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1\right)KQ = 5{,}03 \cdot 10^4\ V$$

$\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} - 1$

EL POTENCIAL EN B:

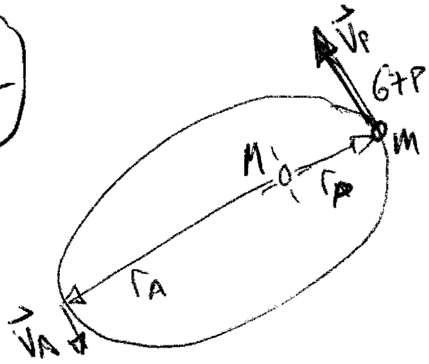
$1 + \sqrt{2} - \sqrt{2}/2$

$$V_R(B) = V_1(B) + V_2(B) + V_3(B) = KQ\left(\frac{1}{r_1'} + \frac{1}{r_2'} - \frac{1}{r_3'}\right) = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)KQ = 7{,}67 \cdot 10^4\ V$$

$r_1' = 1\ m;\ r_2' = \frac{\sqrt{2}}{2}\ m;\ r_3' = \sqrt{2}\ m$

$$\boxed{W_{AB} = -(-1 \cdot 10^{-6}) \cdot (2{,}64 \cdot 10^4) = 2{,}64 \cdot 10^{-2}\ J}$$

5-)



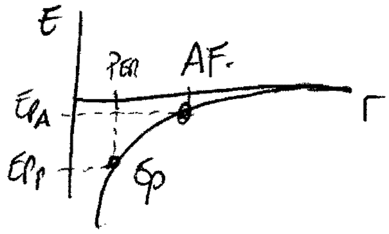
$r_P = 1{,}74\ UA$

$r_A = 5{,}74\ UA$

Al comparar distancias, no hace falta cambiar uds.

a) La energía potencial se define:

$$\boxed{E_p = -\frac{GMm}{r}}$$



$$\boxed{\frac{|E_{P_P}|}{|E_{P_A}|} = \frac{\cancel{GMm}/r_P}{\cancel{GMm}/r_A} = \frac{r_A}{r_P} = \frac{5{,}74}{1{,}74} = 3{,}3}$$

Al tratarse de nºs negativos:

$$|E_{P_P}| > 3{,}3\,|E_{P_A}| \Rightarrow \boxed{E_{P_A} > E_{P_P}}$$

b) La energía cinética $\boxed{E_c = \frac{1}{2} m v^2}$

Según la ley de las áreas (2ª ley Kepler):

$$\vec{L} = \vec{cte} \Rightarrow L = cte \Rightarrow L_A = L_P \Rightarrow \cancel{m} r_P v_P \cancel{\sin 90} = \cancel{m} r_A v_A \cancel{\sin 90}$$

$$\boxed{E_{c_P} = 10{,}9\, E_{c_A}} \Leftarrow \frac{v_P}{v_A} = \frac{r_A}{r_P} = 3{,}3 \Rightarrow \frac{E_{c_P}}{E_{c_A}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2} m} v_P^2}{\cancel{\frac{1}{2} m} v_A^2} = 3{,}3^2 = 10{,}9$$

c) Al tratarse de un campo conservativo*:

$$\boxed{\Delta E_m = 0} \quad \boxed{\Delta E_c = -\Delta E_p} \quad \boxed{E_{m_A} = E_{m_P}}$$

d) El momento angular $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Al tratarse de fuerza central** $\Rightarrow \boxed{L_A = L_P}$

* → Realizar demos

** →