

Nombre:

Apellidos:

1. (2p)

- a) ¿Con qué velocidad debe ser lanzado un objeto desde la superficie de la Tierra para que alcance una altura igual al radio terrestre?
- b) ¿Qué energía se debe suministrar a un objeto de 10 kg situado sobre la superficie de la Tierra para que se sitúe en una órbita geostacionaria?

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6370 \text{ km}$.

2. Un protón se mueve con una velocidad $\vec{v} = 2,5 \cdot 10^6 \hat{k} \text{ ms}^{-1}$ penetra en un campo eléctrico uniforme de 200 N/C de módulo. (2p)

- a) En caso de que las líneas de campo tengan dirección $-\hat{k}$, ¿Qué distancia recorrerá el protón hasta detenerse? ¿Qué diferencia de potencial hay entre el punto inicial y el final de dicho proceso?
- b) En caso de que las líneas de campo tengan dirección \hat{j} , ¿En qué posición se encontrará el protón después de 2 s?

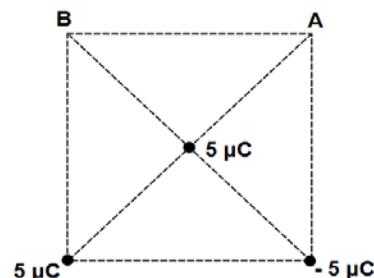
Datos: Constante dieléctrica del vacío, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; masa del protón $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

3. Explica las analogías y diferencias entre el campo gravitatorio y el campo eléctrico. (2p)

4. Considera la distribución de tres cargas eléctricas puntuales que se muestra en la figura, distribuida sobre un cuadrado de lado $L = 5 \text{ cm}$. Calcula: (2p)

- a) El vector intensidad de campo eléctrico en el punto B.
- b) El trabajo realizado por el campo para llevar un electrón desde el punto B hasta el punto A.

Datos: Constante dieléctrica del vacío, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$
Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



5. Un cometa realiza una órbita elíptica en torno a una estrella. Sabiendo que la velocidad que lleva en el perihelio es 1,5 veces la velocidad que lleva en el afelio, compara de forma razonada: (2p)

- a) La energía potencial del cometa en el afelio y el perihelio.
- b) La cantidad de movimiento en el afelio y el perihelio.
- c) La energía mecánica del cometa en el afelio y el perihelio.
- d) El momento cinético del cometa con respecto a la estrella en el afelio y el perihelio.

1-

a)



$$h = R_T$$

$$r = R_T + h = 2R_T$$

Como sólo actúa la fuerza gravitatoria, podemos aplicar la Tª de conservación de la energía mecánica:

$$E_{m_0} = E_{m_f}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GM_T m}{R_T} = -\frac{GM_T m}{2R_T} \quad E_{c_0} + E_{p_{sup}} = E_{p_f} + E_{c_f}$$

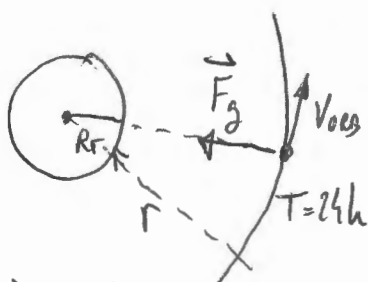
O (dejará de subir al detenerse)

$$v_0 = \sqrt{2 \frac{GM_T}{R_T} \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6}} = 7910 \text{ ms}^{-1}$$

b) $m = 10 \text{ kg}$

Órbita geocéntrica $\Rightarrow T_{orb} = 24 \text{ h} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$

Utilizamos la 3ª ley de Kepler para calcular el radio orbital:



$$T = \frac{2\pi r}{v_{orb}} \quad v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r}}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_T} r^3$$

$$\vec{F}_c = \vec{F}_g \Rightarrow F_c = F_g \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_T}{4\pi^2} T^2} = 4,23 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Ahora calculamos el trabajo que debemos realizar:

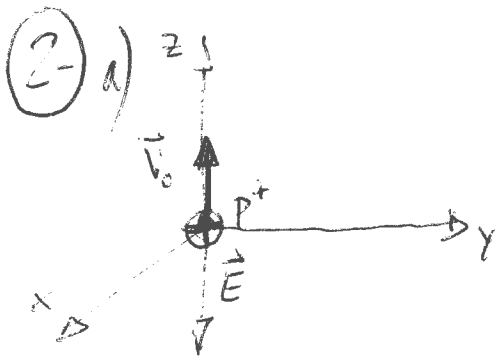
$$W_{sup-orb} = \Delta E_m = E_{m_{orb}} - E_{m_{sup}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m}{r} - \left(-\frac{GM_T m}{R_T}\right) =$$

la energía mecánica orbital:

$$= -GM_T m \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R_T}\right) = 5,79 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$E_{m_{orb}} = E_{c_{orb}} + E_{p_{orb}} = \frac{1}{2} m v_{orb}^2 - \frac{GM_T m}{r} = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM_T}{r}}\right)^2 - \frac{GM_T m}{r}$$

$$E_{m_{orb}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m}{r}$$



LA FUERZA QUE SUFRIRÁ EL PROTON SERÁ:

$$\vec{F} = q \vec{E} = m \vec{a}$$

QUE CUMPLA LA 2ª LEY DE NEWTON

ASÍ EL PROTON SUFRIRÁ UN MRUA DE ACELERACIÓN CONSTANTE:

$$\vec{v}_0 = 2,5 \cdot 10^6 \hat{k} \text{ m/s}^{-1}$$

$$\vec{E} = -200 \hat{k} \text{ N/C}$$

$$q_p = +e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\vec{a} = \frac{e}{m_p} \vec{E} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}} \cdot (-200) \hat{k} = -1,92 \cdot 10^{10} \hat{k} \text{ m/s}^{-2}$$

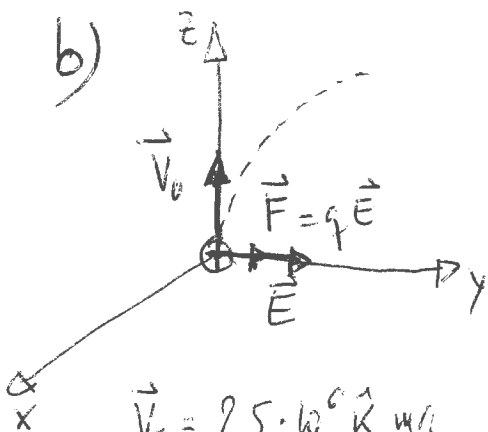
PODEMOS UTILIZAR LA ECUACIÓN DE MRUA PARA CALCULAR LA DISTANCIA DE FRENO:

SE TRATA DE UN MOV. UNIDIMENSIONAL $\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a \Delta z = 0$ (AL DETENERSE, DEJARÁ DE MOVERSE)

$$\Delta z = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{(2,5 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot (-1,92 \cdot 10^{10})} = 160 \text{ m}$$

LA DIFERENCIA DE POTENCIAL: $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -E \cdot \Delta z$

$$V_A - V_B = -200 \cdot 160 = -32000 \text{ V}$$



$$\vec{v}_0 = 2,5 \cdot 10^6 \hat{k} \text{ m/s}$$

$$\vec{E} = 200 \hat{j} \text{ N/C}$$

$$q_p = +e$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\vec{r}_0 = (0,0) \text{ m}$$

CALCULAMOS AGL:

$$\vec{a} = \frac{e}{m_p} \vec{E} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}} (200) \hat{j} = 1,92 \cdot 10^{10} \hat{j} \text{ m/s}^2$$

SE TRATA DE UN MOV. PARABÓLICO:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} \cdot dt = \vec{v}_0 + \vec{a} \int_0^t dt = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v} \cdot dt = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \int_0^t dt + \vec{a} \int_0^t t \cdot dt$$

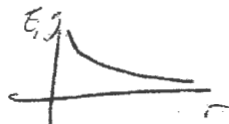
$$\vec{r} = \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2 = 2,5 \cdot 10^6 t \hat{k} + 9,6 \cdot 10^9 t^2 \hat{j}$$

$$\vec{r}(2s) = [3,84 \cdot 10^{10} \hat{j} + 5 \cdot 10^6 \hat{k}] \text{ m}$$

3-

VER PRESENTACIÓN 4.1.1. - PARA DEARMONIA

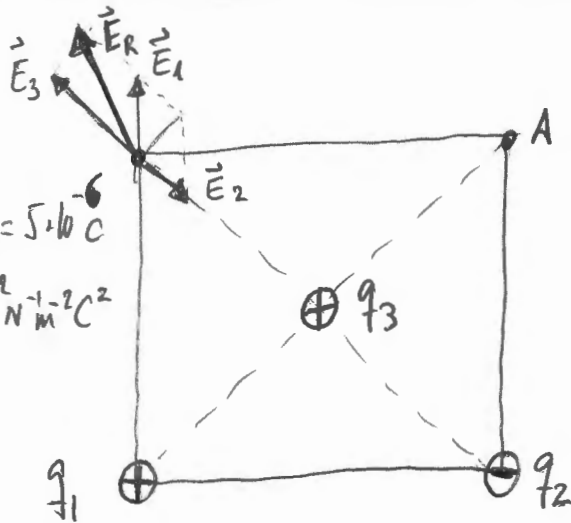
	GRAV.	ELEC.
(X)	m	q
(V)	DIR. RADIAL	RADIAL
(X)	GEN. ATRACT.	ATTR. ó REPUIS
(X)	(M ₀) INTENSIDAD UNIVERSAL ALCANCE ∞	INTENSIDAD NO UNIV. (E _r) ALCANCE ∞
(V)	$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$	$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
	CAMPO CONV.	CAMPO CONV.



} CAMPOS

4-

$q_1 = |q_2| = q_3 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$



a) SEGÚN EL TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN DE CAMPOS, EL CAMPO RESULTANTE EN B:

$$\vec{E}_R(B) = \vec{E}_1(B) + \vec{E}_2(B) + \vec{E}_3(B)$$

EL CAMPO ELÉCTRICO CREADO POR UNA CARGA PUNTUAL:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{u}_r \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

Calculamos los vectores unitarios:

$\hat{u}_1 = +\hat{j}$; $\hat{u}_2 = \hat{u}_3 = (-\cos 45^\circ, \sin 45^\circ)$

$r_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $r_2 = 5\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $r_3 = \frac{r_2}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}$

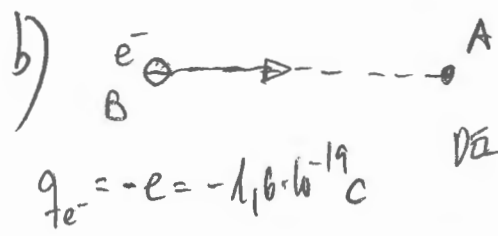
$$\vec{E}_1(B) = \frac{8,99 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} (0, 1) = (0, 1,8 \cdot 10^7) \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_2(B) = \frac{8,99 \cdot 10^9 \cdot (-5 \cdot 10^{-6})}{(5\sqrt{2} \cdot 10^{-2})^2} (-\cos 45^\circ, \sin 45^\circ) = (6,4, -6,4) \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_3(B) = \frac{8,99 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(\frac{5}{2}\sqrt{2} \cdot 10^{-2})^2} (-\cos 45^\circ, \sin 45^\circ) = (-2,5, 2,5) \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_R(B) = (-1,9, 3,7) \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$E_R = 4,2 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$



EN UN CAMPO CONSERVATIVO, EL TRABAJO NO DEPENDE DEL CAMINO SIGUIENDO:

$$W_{BA} = -\Delta E_p = -(-e)(V_A - V_B)$$

EL POTENCIAL ELÉCTRICO CREADO POR UNA CARGA PUNTUAL:

$$V = \frac{KQ}{r}$$

Aplicando el te de superposición:

$$V_R(B) = V_1(B) + V_2(B) + V_3(B) = KQ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) = 1,5 \cdot 10^6 \text{ V}$$

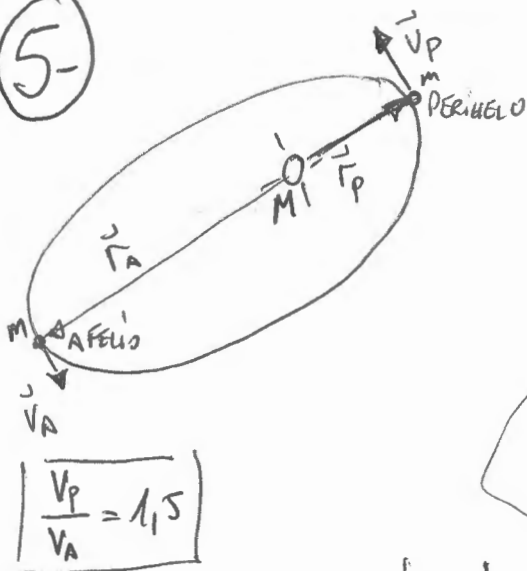
$$V_R(A) = V_1(A) + V_2(A) + V_3(A) = KQ \left(\frac{1}{r_1'} - \frac{1}{r_2'} + \frac{1}{r_3} \right) = 1,0 \cdot 10^6 \text{ V}$$

$r_1' = r_2' = 5\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $r_2' = r_1' = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $r_3' = r_3 = \frac{5}{2}\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$$W_{AB} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (1,0 \cdot 10^6 - 1,5 \cdot 10^6) = -8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

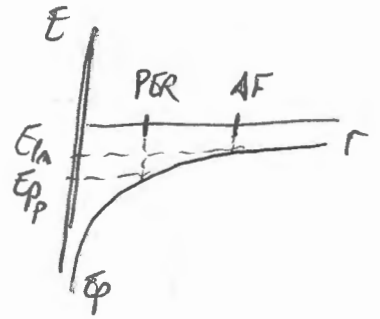
EL TRABAJO SE REALIZA EN CONTRA DEL CAMPO.

5-



a) LA ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA.

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$



PODEMOS COMPARAR SUS VALORES ABSOLUTOS

$$E_{pA} > E_{pP}$$

PARA HALLAR LA RELACIÓN ENTRE r_A/r_P NECESITAMOS LA LEY DE LAS ÁREAS:

$$\frac{|E_{pP}|}{|E_{pA}|} = \frac{GMm/r_P}{GMm/r_A} = \frac{r_A}{r_P} = 1,5$$

$$L_p = L_A$$

$$m r_A v_P \sin 90^\circ = m r_P v_A \sin 90^\circ \Rightarrow r_P v_P = r_A v_A \Rightarrow \frac{r_A}{r_P} = \frac{v_P}{v_A} = 1,5$$

$$\frac{r_A}{r_P} = \frac{v_P}{v_A} = 1,5$$

$$\begin{aligned} \vec{p}_A &= m \vec{v}_A \\ \vec{p}_P &= m \vec{v}_P \end{aligned}$$

PODEMOS COMPARAR LOS MÓDULOS

$$\frac{p_P}{p_A} = \frac{m v_P}{m v_A} = \frac{v_P}{v_A} = 1,5$$

$$p_P = 1,5 p_A$$

c) AL TRATARSE DE UN CAMPO CONSERVATIVO, LA ENERGÍA MECÁNICA PERMANECE CONSTANTE:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$$

NO IMPORTA EL CAMINO QUE SE SIGA

$$-\Delta E_p = \Delta E_c$$

$$E_{pB} - E_{pA} = E_{cB} + E_{cA}$$

$$E_{cB} + E_{pA} = E_{cA} + E_{pA} \Rightarrow \Delta E_m = 0$$

Ta REAL
vivi

$$W_{AB} = \Delta E_c$$

d) EL MOMENTO CINÉTICO: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

AL TRATARSE DE UNA FUERZA CENTRAL

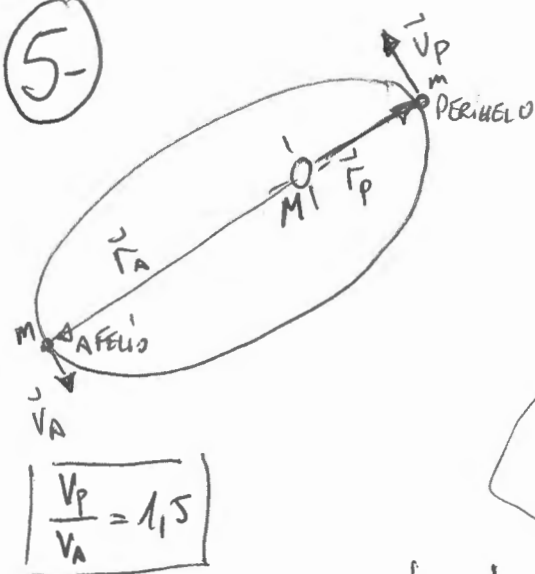
$$\vec{F}_g = -\frac{GMm}{r^2} \hat{u}_r \text{ ; NO GIRA}$$

M.M. DE FUERZA

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_g = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = cte$$

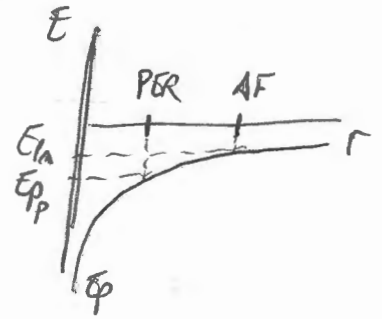
$$\vec{L} = cte$$

5-



a) LA ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA.

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$



PODEMOS COMPARAR SUS VALORES ABSOLUTOS

$$E_a > E_p$$

PARA HALLAR LA RELACION ENTRE r_a/r_p NECESITAMOS LA LEY DE LAS AREAS:

$$\frac{|E_p|}{|E_a|} = \frac{GMm/r_p}{GMm/r_a} = \frac{r_a}{r_p} = 1,5$$

$$L_p = L_a$$

$$m r_a v_p \sin 90^\circ = m r_a v_a \sin 90^\circ \Rightarrow r_p v_p = r_a v_a$$

$$\frac{r_a}{r_p} = \frac{v_p}{v_a} = 1,5$$

$$\begin{aligned} \vec{P}_a &= m \vec{v}_a \\ \vec{P}_p &= m \vec{v}_p \end{aligned}$$

PODEMOS COMPARAR LOS MÓDULOS

$$\frac{P_p}{P_a} = \frac{m v_p}{m v_a} = \frac{v_p}{v_a} = 1,5$$

$$P_p = 1,5 P_a$$

c) AL TRATARSE DE UN CAMPO CONSERVATIVO, LA ENERGÍA MECÁNICA PERMANECE CONSTANTE:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$$

↑
NO IMPORTA EL CAMINO QUE SIGA

$$-\Delta E_p = \Delta E_c$$

$$E_p - E_a = E_c - E_a$$

$$E_c + E_p = E_c + E_a \Rightarrow \Delta E_m = 0$$

Ta
vini

$$W_{AB} = \Delta E_c$$

d) EL MOMENTO CINÉTICO: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

AL TRATARSE DE UNA FUERZA CENTRAL

$$\vec{F}_g = -\frac{GMm}{r^2} \hat{u}_r \quad ; \quad \text{NO GIRA}$$

M.M. DE FUERZA

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_g = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = cte$$

$$\vec{L} = cte$$