

Nombre:

Apellidos:

## CUESTIONES

1. La fuerza magnética que sufre una carga ( $q$ ) en el interior de un campo magnético ( $\mathbf{B}$ ), viene determinada por la ley de Lorentz:  $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$  (3p)
  - a) Analiza, según las propiedades de esta operación, el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que sufre la partícula citada en los siguientes casos:
    - i. Un neutrón con velocidad perpendicular al campo.
    - ii. Un protón con velocidad perpendicular al campo.
    - iii. Un electrón con velocidad paralela al campo.
  - b) Analiza dimensionalmente el campo magnético y expresa su unidad en las unidades básicas del SI. (Su unidad se llama Tesla ( $T$ )).
  - c) Una partícula de carga eléctrica  $q = -5e$  que se desplaza a una velocidad constante de  $6000 \text{ ms}^{-1}$  en la dirección resultante de sumar los vectores unitarios  $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ , se ve sometida a un campo magnético  $\mathbf{B} = -5 \mathbf{j} \text{ mT}$ . Calcula el vector fuerza magnética y su módulo.  
Dato: valor absoluto de la carga del electrón  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
2. Enuncia y demuestra el Teorema del momento cinético. ¿Bajo qué condiciones se mantiene constante el momento cinético? (3p)

## PROBLEMA

3. Un móvil de 50 kg se mueve según la ecuación de movimiento, expresada en unidades SI:  $\mathbf{r}(t) = (3t^2 - 1)\mathbf{i} - (t^3 - 3t)\mathbf{j} - (2t^2 - 2)\mathbf{k}$ , calcula: (4p)
  - a) Su velocidad instantánea, su aceleración instantánea, su momento lineal y la fuerza que lo impulsa.
  - b) El ángulo que forman entre sí los vectores  $\mathbf{r}$  (1) y  $\mathbf{v}$  (2).
  - c) El módulo de la aceleración tangencial a los 3 s.
  - d) El trabajo que realiza la fuerza que actúa sobre el móvil entre los instantes 1 a 3 s.

Nombre:

Apellidos:

## CUESTIONES

1. La fuerza magnética que sufre una carga ( $q$ ) en el interior de un campo magnético ( $\mathbf{B}$ ), viene determinada por la ley de Lorentz:  $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$  (3p)
  - a) Analiza, según las propiedades de esta operación, el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que sufre la partícula citada en los siguientes casos:
    - i. Un átomo con velocidad perpendicular al campo.
    - ii. Un electrón con velocidad perpendicular al campo.
    - iii. Un protón con velocidad paralela al campo.
  - b) Analiza dimensionalmente el campo magnético y expresa su unidad en las unidades básicas del SI. (Su unidad se llama Tesla ( $T$ )).
  - c) Una partícula de carga eléctrica  $q = 5e$  que se desplaza a una velocidad constante de  $5000 \text{ ms}^{-1}$  en la dirección resultante de sumar los vectores unitarios  $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ , se ve sometida a un campo magnético  $\mathbf{B} = 6 \mathbf{i} \text{ mT}$ .  
Calcula el vector fuerza magnética y su módulo.  
Dato: valor absoluto de la carga del electrón  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
2. Enuncia y demuestra el Teorema del momento cinético. ¿Bajo qué condiciones se mantiene constante el momento cinético? (3p)

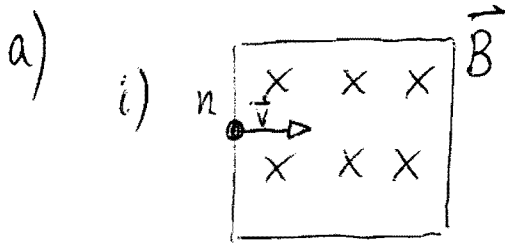
## PROBLEMA

3. Un móvil de 5 kg se mueve según la ecuación de movimiento, expresada en unidades SI:  $\mathbf{r}(t) = (2t^2 - 2) \mathbf{i} - (2t^3 - 3t) \mathbf{j} - (3t^2 - 1) \mathbf{k}$ , calcula: (4p)
  - a) Su velocidad instantánea, su aceleración instantánea, su momento lineal y la fuerza que lo impulsa.
  - b) El ángulo que forman entre sí los vectores  $\mathbf{r}$  (2) y  $\mathbf{v}$  (1).
  - c) El módulo de la aceleración tangencial a los 4 s.
  - d) El trabajo que realiza la fuerza que actúa sobre el móvil entre los instantes 2 a 4 s.

1-

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

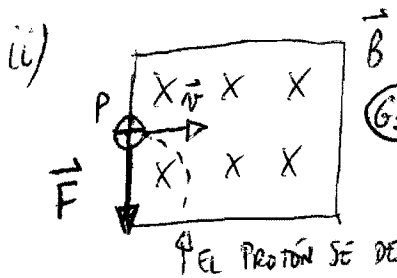
LEY DE LORENTZ  $\rightarrow$  MÓDULO  $F = |q| v B \text{sen } \alpha$



(G2) IDEM, YA QUE EL ÁTOMO TAMBIÉN ES NEUTRO

(G1) NO SUFRE FUERZA YA QUE  $q = 0$

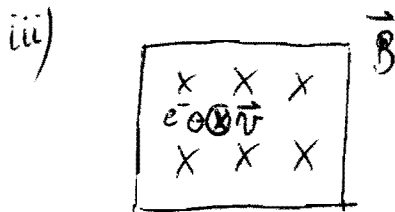
$$[F = 0 \cdot v \cdot B \text{sen } 90^\circ = 0 \text{ N}]$$



(G1) LA FUERZA QUE SUFRE:

- MÓDULO:  $F = e v B$
- DIR.: PERPENDICULAR A  $\vec{B}$  y  $\vec{v}$
- SENTIDO: MIPAR DIAGRAMA.

(G2) CAMBIA EL SENTIDO, YA QUE SE TRATA DE UN ELECTRÓN



NO SUFRE FUERZA YA QUE  $\alpha = 0^\circ$

$$[F = e v B \text{sen } 0^\circ = 0 \text{ N}]$$

(G2) IDEM.

(G1 y G2)

b)

ANÁLISIS EL MÓDULO DE  $\vec{B}$ , YA QUE TIENE LAS MISMAS

UNIDADES QUE  $\vec{B}$ . EN PRIMER LUGAR DESPEGO B:

ANÁLISIS DE LA FUERZA:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad [F] = \text{MLT}^{-2}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad [a] = \text{LT}^{-2}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad [v] = \text{LT}^{-1}$$

ANÁLISIS DE LA CARGA:

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow [q] = \text{I} \cdot \text{T}$$

ANÁLISIS DEL SENO

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{CAT. OP.}}{\text{HIP}} \quad [\text{sen } \alpha] = \frac{\text{L}}{\text{L}} = 1$$

$$B = \frac{F}{|q| v \text{sen } \alpha}$$

$$[v] = \text{LT}^{-1}$$

$$[F] = \text{MLT}^{-2}$$

$$[q] = \text{I} \cdot \text{T}$$

$$[\text{sen } \alpha] = 1$$

$$[B] = \text{M T}^{-2} \cdot \text{I}^{-1}$$

$$1 \text{ T} = 1 \text{ Kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$$

(G1)

EL VECTOR VELOCIDAD VA FACTORIZADO

c)  $q = -5e = -5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C$

$\vec{v} = \begin{cases} v = 6000 \text{ m/s}^{-1} \text{ (Módulo)} \\ 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} = (2, -1, 1) \text{ (dirección)} \end{cases}$  SACAR EL UNITARIO

$\hat{u}_v = \frac{(2, -1, 1)}{\sqrt{6}} = (0,82, -0,41, 0,41)$

$\vec{B} = -5 \cdot 10^{-3} \hat{j} T$

EL VECTOR VELOCIDAD:

$\vec{v} = 6000 (0,82, -0,41, 0,41) \text{ m/s}$   
(NO LO OPERO PORQUE LO HARÉ DESPUÉS)

$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$

OPERO EL DETERMINANTE:  $-2\hat{k} + \hat{i} = (1, 0, -2)$

$\vec{F} = -5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{6000}{\sqrt{6}} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -1,96 \cdot 10^{-18} (1, 0, -2)$

$\vec{F} = (-1,96 \cdot 10^{-18}, 0, 3,92 \cdot 10^{-18}) N$  EL MÓDULO:  $F = 4,38 \cdot 10^{-18} N$

(G2)

EL MISMO PROCEDIMIENTO

c)  $q = 5e = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C$

$\vec{v} = \begin{cases} v = 5000 \text{ m/s} \\ \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} = (1, 2, -1) \end{cases}$

$\hat{u}_v = \frac{(1, 2, -1)}{\sqrt{6}} = (0,41, 0,82, -0,41)$

$\vec{B} = 6 \cdot 10^{-3} \hat{i} T$

$\vec{v} = \frac{5000}{\sqrt{6}} (1, 2, -1) \text{ m/s}$

$\vec{F} = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{5000}{\sqrt{6}} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 9,80 \cdot 10^{-18} (0, -1, -2)$

$\vec{F} = (0, -9,8 \cdot 10^{-18}, -1,96 \cdot 10^{-17}) N$   $F = 2,19 \cdot 10^{-17} N$

G1  
Y  
G2

2-

## TEOREMA DEL MOMENTO CINÉTICO:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

EL CAMBIO INSTANTÁNEO DEL MOMENTO CINÉTICO CON RESPECTO AL TIEMPO ES IGUAL AL MOMENTO DE LA FUERZA.

DEMOSTRACIÓN:

$$\begin{aligned} \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} &\Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p})} = \overbrace{\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)}^{\substack{\uparrow \\ \text{VELOCIDAD} \\ \text{INSTANTÁNEA}}} \times \vec{p} + \vec{r} \times \overbrace{\left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)}^{\substack{\uparrow \\ \text{2ª LEY NEWTON}}} = \\ &= \cancel{\vec{v} \times m\vec{v}} + \vec{r} \times \vec{F} = \boxed{\vec{M}} \\ &\quad \Delta \vec{0} \text{ (p q } \vec{v} \parallel \vec{p}) \end{aligned}$$

COMO COROLARIO DE ESTE TEOREMA, APARECE OTRO TEOREMA LLAMADO TA DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO CINÉTICO (O ANGULAR):

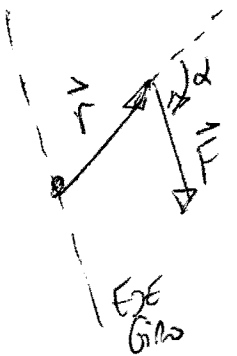
$$\boxed{\text{Si } \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{cte}}$$

SI EL MOMENTO DE LA FUERZA QUE ACTÚA SOBRE UN CUERPO ES NULO, ÉSTE CONSERVA SU MOMENTO ANGULAR.

DEMOSTRACIÓN:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{cte}$$

¿Cuándo se conserva el momento angular?



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0} \text{ si}$$

$$\text{El módulo } M = r F \sin \alpha$$

- $r = 0$  (LA FUERZA SE APLICA SOBRE EL EJE DE GIRO)
- $F = 0$  (NO HAY FUERZA)
- $\sin \alpha = 0$  (LA FUERZA SE APLICA PARALELAMENTE AL VECTOR DE POSICIÓN DEL PUNTO DE APLICACIÓN).

3-  $\vec{r}(t) = (3t^2 - 1, -t^3 + 3t, -2t^2 + 2) \text{ m}$   
 $m = 50 \text{ kg}$

G1 a)  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = (6t, -3t^2 + 3, -4t) \text{ m/s}$

$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = (6, -6t, -4) \text{ m/s}^2$

$\vec{p}(t) = m\vec{v} = (300t, -150t^2 + 150, -200t) \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

$\vec{F}(t) = \frac{d\vec{p}}{dt} = (300, -300t, -200) \text{ N}$

b)  $\vec{r}(1) = (2, 2, 0) \text{ m}$   $r(1) = \sqrt{8} \text{ m}$   
 $\vec{v}(2) = (12, -9, -8) \text{ m/s}$   $v(2) = \sqrt{289} \text{ m/s}$

SEGUN EL PRODUCTO ESCALAR:  $\vec{r} \cdot \vec{v} = r v \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{\vec{r}(1) \cdot \vec{v}(2)}{r(1) v(2)} = \frac{24 - 18 + 0}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{289}} = 0,125$

$\alpha = 82,83^\circ$

c) El módulo de  $a_t$  es la derivada del módulo de  $\vec{v}(t)$ :

$v(t) = \sqrt{(6t)^2 + (-3t^2 + 3)^2 + (-4t)^2} = \sqrt{9t^4 + 34t^2 + 9}$

$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{36t^3 + 68t}{2\sqrt{9t^4 + 34t^2 + 9}} \Rightarrow a_t(3) = 18,19 \text{ m/s}^2$

d)  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt$  HACEMOS EL CAMBIO DE VARIABLE

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt$

HAGO EL PRODUCTO ESCALAR:  $\vec{F} \cdot \vec{v} = 1800t + 900t^3 - 900t + 800t = 900t^3 + 1700t$

$W = 100 \int_1^3 (9t^3 + 17t) dt = 100 \left( \frac{9t^4}{4} + \frac{17t^2}{2} \right)_1^3 =$

$= 100 (259,75 - 10,75) = 24800 \text{ J}$

$\vec{r}(t) = (2t^2 - 2, -2t^3 + 3t, -3t^2 + 1) \text{ m}$   
 $m = 5 \text{ kg}$

G2 a)  $\vec{v}(t) = (4t, -6t^2 + 3, -6t) \text{ m/s}$

$\vec{a}(t) = (4, -12t, -6) \text{ m/s}^2$

$\vec{p}(t) = (20t, -30t^2 + 15, -30t) \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

$\vec{F}(t) = (20, -60t, -30) \text{ N}$

b)  $\vec{r}(2) = (6, -10, -11) \text{ m}$   $r(2) = \sqrt{257} \text{ m}$   
 $\vec{v}(1) = (4, -3, -6) \text{ m/s}$   $v(1) = \sqrt{61} \text{ m/s}$

$\cos \alpha = \frac{\vec{r}(2) \cdot \vec{v}(1)}{r(2) \cdot v(1)} = \frac{24 + 30 + 66}{\sqrt{257} \cdot \sqrt{61}} = 0,96$

$\alpha = 16,58^\circ$

c)  $v(t) = \sqrt{(4t)^2 + (-6t^2 + 3)^2 + (-6t)^2} = \sqrt{36t^4 + 16t^2 + 9}$

$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{144t^3 + 32t}{2\sqrt{36t^4 + 16t^2 + 9}} \Rightarrow a_t(4) = 47,98 \text{ m/s}^2$

d)  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot \vec{v} dt$

$\vec{F} \cdot \vec{v} = 80t + 360t^3 - 180t + 180t = 360t^3 + 80t$

$W = 40 \int_2^4 (9t^3 + 2t) dt = 40 \left( \frac{9}{4}t^4 + t^2 \right)_2^4 =$

$= 40 (592 - 40) = 22080 \text{ J}$

EJERCICIO ESPECIAL:

COMPROBAR  $W = \Delta E_c$  EN AMBOS CASOS (G1 y G2)