EXAMEN PARCIAL II DE FÍSICA **2º BACHILLERATO (G1)**

1ª EVALUACIÓN

Nombre:

Apellidos:

CUESTIONES

1. Un satélite describe una órbita circular alrededor de la Tierra. Contesta razonadamente a las siguientes preguntas: **(3p)**
   a) ¿Se encuentra el satélite en un campo conservativo? Define el concepto de campo conservativo.
   b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza de atracción hacia la Tierra a lo largo de media órbita?
   c) Si la órbita fuese elíptica, ¿cuál sería el trabajo de esa fuerza a lo largo de una órbita completa?

2. a) Enuncia las leyes de Kepler y relaciona la primera con el Teorema de conservación del momento angular. **(3p)**
   b) ¿Cuál es el periodo de un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra en una órbita circular cuyo radio es un cuarto del radio de la órbita lunar?
   c) ¿Cuál es la relación entre la velocidad del satélite y la velocidad de la Luna en sus respectivas órbitas?
   Dato: periodo de la órbita lunar: $T_L = 27{,}32$ *días.*

PROBLEMA

3. Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 6,5 km/s. Calcula: **(4p)**

   a) La energía mecánica del satélite.
   b) La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra.
   Datos:
   Constante de gravitación universal: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
   Masa de la Tierra: $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$
   Radio de la Tierra: $R_T = 6370\ km$

EXAMEN PARCIAL II DE FÍSICA **2º BACHILLERATO (G2)**

1ª EVALUACIÓN

Nombre:

Apellidos:

CUESTIONES

1. Un satélite describe una órbita circular alrededor de la Tierra. Contesta razonadamente a las siguientes preguntas: **(3p)**
   a) ¿Se encuentra el satélite en un campo conservativo? Define el concepto de campo conservativo.
   b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza de atracción hacia la Tierra a lo largo de un cuarto de órbita?
   c) Si la órbita fuese elíptica, ¿cuál sería el trabajo de esa fuerza a lo largo de una órbita completa?

2. a) Enuncia las leyes de Kepler y relaciona la primera con el Teorema de conservación del momento angular. **(3p)**
   b) ¿Cuál es el periodo de un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra en una órbita circular cuyo radio es un tercio del radio de la órbita lunar?
   c) ¿Cuál es la relación entre la velocidad del satélite y la velocidad de la Luna en sus respectivas órbitas?
   Dato: periodo de la órbita lunar: T_L*= 27,32 días.*

PROBLEMA

3. Un satélite artificial de 750 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7,5 km/s. Calcula: **(4p)**

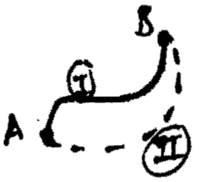
   a) La energía mecánica del satélite.
   b) La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra.
   Datos:
   Constante de gravitación universal: $G= 6{,}67\cdot10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$
   Masa de la Tierra: $M_T= 5{,}98\cdot10^{24}\ kg$
   Radio de la Tierra: $R_T= 6370\ km$

(1-)

a) 

El campo gravitatorio es conservativo.*

Un campo conservativo es aquel en el que se cumple alguna de las tres siguientes condiciones (que son equivalentes):



1- El trabajo realizado por el campo al trasladar una partícula de A a B, no depende del camino seguido.

$$\boxed{W_{I} = W_{II}} \Rightarrow W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \boxed{-\Delta E_p}$$

Se define una función escalar que sólo depende de la posición: Energía potencial

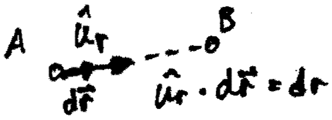
2- El trabajo realizado por el campo en una trayect. cerrada, es nulo: $\boxed{W_{AA} = \oint_A^A \vec{F} \cdot d\vec{r} = E_{p_A} - E_{p_A} = 0}$

3- La energía mecánica de una partícula se conserva si sólo actúan las fuerzas del campo conservativo.

$$\left.\begin{array}{r} W_{AB} = -\Delta E_p \\ \text{Teorema "fuerzas vivas"} \Rightarrow W_{AB} = \Delta E_c \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} -\Delta E_p = \Delta E_c \\ \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \end{array} \Rightarrow \boxed{\Delta E_m = 0}$$

* Como la fuerza que sufre el satélite viene dada por la L.G.U.:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{u}_r \Rightarrow W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -GMm \int \frac{1}{r^2}\hat{u}_r \cdot d\vec{r} =$$



$$= -GMm \int_A^B \frac{1}{r^2} dr =$$

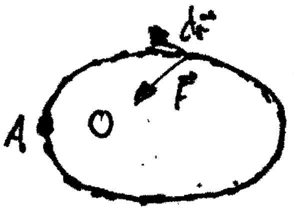
b)

(G1) 

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B -\frac{GMm}{r^2} \underbrace{\boxed{\hat{u}_r \cdot d\vec{r}}}_{\substack{= \\ 0 \ (pq.\ \hat{u}_r \perp d\vec{r})}} = \boxed{0\ J}$$

(G2) 

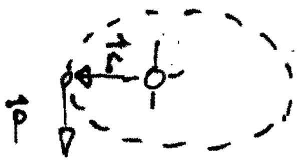
OCURRE EXACTAMENTE LO MISMO

c) 

AHORA YA NO SON PERPENDICULARES EN CADA PUNTO (SÓLO EN 4); PERO SEGÚN LA 2ª CONDICIÓN DEL CAMPO CONSERVATIVO: $\boxed{W_{AA} = 0}$

2-

a) <u>1ª LEY DE KEPLER</u>: LOS PLANETAS SE MUEVEN EN ÓRBITAS ELÍPTICAS ALREDEDOR DEL SOL, QUE ESTÁ SITUADO EN UNO DE LOS FOCOS DE LA ELIPSE.



- SI ANALIZAMOS EL MOM. ANGULAR QUE EL PLANETA CAUSA EN EL SOL: $\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$

- TEOREMA DEL MOMENTO CINÉTICO:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

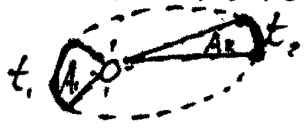
DEMO: $$\frac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} + \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt} = \underbrace{\cancel{\vec{v}\times\vec{p}}}_{0\ (pq.\ \vec{v} \parallel \vec{p})} + \vec{r}\times\vec{F} = \boxed{\vec{M}}$$

- COMO LA FUERZA GRAVITATORIA ES CENTRAL: $\vec{M}_{F_g} = \vec{r}\times\vec{F}_g = \boxed{\vec{0}}$

- ASÍ QUE EL MOM. CINÉTICO SE CONSERVA: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{L} = \vec{cte}}$

SI $\vec{L} = \vec{cte} \Rightarrow \vec{r}$ Y $\vec{p}$ ESTÁN CONTENIDOS EN EN MISMO PLANO Y LA ÚNICA ÓRBITA CERRADA POSIBLE EN UN PLANO ES LA ELIPSE (LA CIRCUNF. ES UN CASO PARTICULAR DE ELIPSE).

<u>2ª LEY DE KEPLER (LEY DE LAS ÁREAS)</u>: EL VECTOR QUE UNE EL SOL CON EL PLANETA BARRE ÁREAS IGUALES EN TIEMPOS IGUALES. LA VELOCIDAD AREOLAR SE MANTIENE CONSTANTE.



SI $t_1 = t_2 \Rightarrow \overline{A_1 = A_2} \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 0$

3ª LEY DE KEPLER (LEY DE LOS PERIODOS): LOS CUADRADOS DE LOS PERIODOS ORBITALES DE LOS PLANETAS SON PROPORCIONALES A LOS CUBOS DE SUS DISTANCIAS MEDIAS AL SOL: $\boxed{T^2 = K r^3}$

b) G1 $\Rightarrow$ $\begin{cases} R_{SAT} = R_L/4 \\ T_L = 27{,}32\ d \end{cases}$

SEGÚN LA 3ª LEY DE KEPLER:

$$\left.\begin{array}{l} T_L^2 = K R_L^3 \\ T_{SAT}^2 = K R_{SAT}^3 \end{array}\right] \Rightarrow \frac{T_L^2}{T_{SAT}^2} = \frac{\cancel{K}}{\cancel{K}} \frac{R_L^3}{R_{SAT}^3}$$

$$\boxed{T_{SAT} = \sqrt{\frac{R_{SAT}^3}{R_L^3}} \cdot T_L = \sqrt{\frac{\cancel{R_L^3}/4^3}{\cancel{R_L^3}}} \cdot T_L = \sqrt{\frac{1}{64}}\, T_L = \frac{T_L}{8}}$$

$$T_{SAT} = \frac{27{,}32}{8} = \boxed{3{,}42\ d}$$

G2 $\Rightarrow$ $\begin{cases} R_{SAT} = R_L/3 \\ T_L = 27{,}32\ d \end{cases}$ $\qquad T_{SAT} = \sqrt{\frac{1}{3^3}} \cdot T_L = \frac{27{,}32}{\sqrt{27}} = \boxed{5{,}26\ d}$

c) LA VELOCIDAD ORBITAL SE HALLA TENIENDO EN CUENTA QUE LA FUERZA CENTRÍPETA ES LA GRAVEDAD:

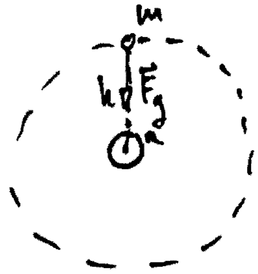
$$\vec{F_c} = \vec{F_g} \Rightarrow F_c = F_g \Rightarrow \frac{\cancel{m} V^2}{\cancel{r}} = \frac{G M \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} \Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

$$\boxed{\frac{V_{SAT}}{V_L} = \frac{\sqrt{\frac{GM_T}{R_{SAT}}}}{\sqrt{\frac{GM_T}{R_L}}} = \sqrt{\frac{\cancel{GM_T}/R_{SAT}}{\cancel{GM_T}/R_L}} = \sqrt{\frac{R_L}{R_{SAT}}}}$$

G1 $\Rightarrow$ $\frac{V_{SAT}}{V_L} = \sqrt{\frac{\cancel{R_L}}{\cancel{R_L}/4}} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow \boxed{V_{SAT} = 2 V_L}$

G2 $\Rightarrow$ $\frac{V_{SAT}}{V_L} = \sqrt{\frac{\cancel{R_L}}{\cancel{R_L}/3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{V_{SAT} = \sqrt{3}\, V_L}$

3-



a) La energía mecánica orbital, es la suma de la cinética más la potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r}$$

Como la veloc. orbital $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ (demo en ej. 2)

$$E_m = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{r}}\right)^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r}$$

$$\boxed{E_m = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}} = -E_c$$

G1 $\begin{cases} m = 500 \text{ kg} \\ V = 6{,}5 \text{ km/s} = \underline{6500 \text{ m/s}} \\ G, M_T, R_T \end{cases}$

G2 $\begin{cases} m = 750 \text{ kg} \\ V = 7{,}5 \text{ km/s} = \underline{7500 \text{ m/s}} \\ G, M_T, R_T \end{cases}$

$R_T = 6370 \text{ km} = \underline{6{,}37 \cdot 10^6 \text{ m}}$

Despejando r, de la veloc. orbital:

$$\boxed{r = \frac{GM_T}{v^2}}$$

$\xRightarrow{\text{si sustituimos}}$ en Em (no hace falta calcular r)

Sorpresa:

$$E_m = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{GM/v^2} = \boxed{-\frac{1}{2} m v^2}$$

Pero como lo necesitamos para b)

G2 $\Rightarrow$ $r = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{(7500)^2} = \underline{7{,}09 \cdot 10^6 \text{ m}}$ $\Rightarrow$ $E_m = -\frac{1}{2} \cdot \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 750}{7{,}09 \cdot 10^6}$

$E_m =$ [redacted] $\boxed{-2{,}11 \cdot 10^{10} \text{ J}}$ $= -E_c$!!

G1 $\Rightarrow$ $r = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{(6500)^2} = \underline{9{,}44 \cdot 10^6 \text{ m}}$

$E_m = -\frac{1}{2} m v^2 = \boxed{-1{,}06 \cdot 10^{10} \text{ J}}$

b)

G1 $\Rightarrow$ $r = R_T + h$ $\Rightarrow$ $h = r - R_T = 7{,}09 \cdot 10^6 - 6{,}37 \cdot 10^6$

$h = 7{,}2 \cdot 10^5 \text{ m} = \boxed{720 \text{ km}}$

G2 $\Rightarrow$ $h = 9{,}44 \cdot 10^6 - 6{,}37 \cdot 10^6 = 3{,}07 \cdot 10^6 \text{ m} = \boxed{3070 \text{ km}}$

Es muy interesante comparar ambos satélites:

$$\boxed{\begin{array}{l} V_{G1} = 6500 \text{ m/s} \Rightarrow h_{G1} = 720 \text{ km} \\ V_{G2} = 7500 \text{ m/s} \Rightarrow h_{G2} = 3070 \text{ km} \end{array}}$$