

Nombre:

Apellidos:

**CUESTIONES**

1. La masa de la Luna es igual a 0,01255 veces la de la Tierra y su radio es igual a 0,273 veces el de la Tierra. ¿Cuál es la aceleración de un cuerpo que cae libremente cerca de la superficie de la Luna? **(2p)**  
*Dato: Intensidad de la gravedad sobre la superficie terrestre  $g_0 = 9,8 \text{ N/kg}$ .*
2. Halla la relación entre la velocidad de escape de un objeto de masa  $m$  situado en la superficie de un planeta y la velocidad de escape de otro objeto de masa  $2m$  situado (no orbitando) a una altura igual al radio del planeta. **(2p)**
3. Enuncia y demuestra la primera ley de Kepler. **(2p)**

**PROBLEMA**

4. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita, la energía mecánica del satélite es  $-4,5 \cdot 10^9 \text{ J}$  y su velocidad es  $7610 \text{ ms}^{-1}$ .  
Calcula: **(4p)**
  - a) El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.
  - b) El periodo de la órbita y la altura a la que se encuentra el satélite.*Datos: Constante de gravitación universal:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .  
Masa de la Tierra:  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .  
Radio de la Tierra:  $R_T = 6370 \text{ km}$ .*

1-

$$M_L = 0,01255 M_T$$

$$R_L = 0,273 R_T$$

LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO ES:

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \hat{u}_r \rightarrow g = \frac{GM}{r^2} \text{ MÓDULO}$$

SOBRE LA SUPERFICIE DE LA TIERRA:

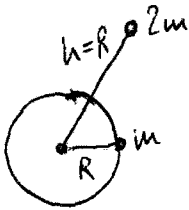
$$g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} = 9,8 \text{ N/kg}$$

SOBRE LA SUPERFICIE DE LA LUNA:

$$g_{0L} = \frac{GM_L}{R_L^2} = \frac{G \cdot 0,01255 M_T}{(0,273 R_T)^2} = \frac{0,01255}{0,273^2} \left(\frac{GM_T}{R_T^2}\right) = \frac{0,01255}{0,273^2} \cdot 9,8$$

$$g_{0L} = 0,168 g_0 = 1,65 \text{ N/kg}$$

2-



LA VELOCIDAD DE ESCAPE ES LA VELOCIDAD NECESARIA PARA ESCAPAR DEL CAMPO GRAVITATORIO

OBJETO 1	OBJETO 2
masa: $m$	masa: $2m$
$r_1 = R$	$r_2 = R + R = 2R$

SE PUEDE VER QUE LA VESC ES INDEP. DE LA MASA DEL OBJETO.

$$\text{Cuerpo 1: } E_{p_1} + E_{esc_1} = 0$$

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2} m v_{esc_1}^2 = 0$$

$$v_{esc_1} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\text{Cuerpo 2: } E_{p_2} + E_{esc_2} = 0$$

$$-\frac{GM(2m)}{2R} + \frac{1}{2} (2m) v_{esc_2}^2 = 0$$

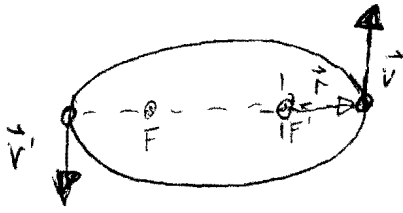
$$v_{esc_2} = \sqrt{\frac{2GM}{2R}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

LA RELACION ENTRE AMBAS:

$$\frac{v_{esc_1}}{v_{esc_2}} = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{R}}}{\sqrt{\frac{GM}{R}}} = \sqrt{2}$$

3-

PRIMERA LEY DE KEPLER: Los planetas orbitan alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas, estando el Sol situado en uno de los focos de la elipse.



Es decir, que los vectores  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  permanecen en el mismo plano.

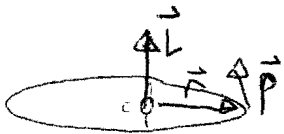
DEMO:

1- Según el TA del momento cinético:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

\* Demostrado anteriormente

3- Si  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = cte$ , su dirección permanece constante, así que



$\vec{r}$  y  $\vec{p}$  están insertos en el mismo plano.

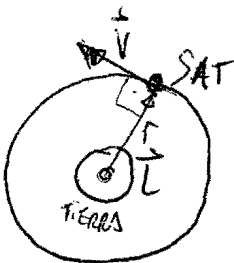
2- El momento cinético se conserva, ya que la fuerza gravitatoria es central.



$$\vec{r} \parallel \vec{F} \Rightarrow \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = cte$$

4-



$$E_m = -4,5 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$v = 7610 \text{ m s}^{-1}$$

DATOS:

$$G, M_T, R_T$$

a) EL MOMENTO LINEAL  $\Rightarrow \vec{p} = m\vec{v}$

EL MOMENTO ANGULAR  $\Rightarrow \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Si maso  $p = mv$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Si maso  $L = mrv \sin \theta$

Necesito calcular  $r$  y  $m$ :  
LA ENERGÍA MECÁNICA ORBITAL:

$$E_m = E_c + E_p = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

$$\text{DESPEJO } m \Rightarrow m = -\frac{2E_m \cdot r}{GM_T} = -\frac{2E_m}{v^2} = -\frac{2 \cdot (-4,5 \cdot 10^9)}{7610^2} = 155 \text{ kg}$$

$$\text{DESPEJO } r \Rightarrow r = \frac{GM_T}{v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{7610^2} = 6,89 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$p = mv = -\frac{2E_m}{v} = -\frac{2 \cdot (-4,5 \cdot 10^9)}{7610} = 1,18 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m s}^{-1}$$

$$L = mrv = -\frac{2E_m \cdot GM_T}{v^3} = 1,18 \cdot 10^6 \cdot 6,89 \cdot 10^6 = 8,13 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$



LA VELOCIDAD ORBITAL

$$F_c = F_g$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

( $\vec{r} \perp \vec{v}$  por ser órbita circular)

b)

EL PERÍODO ORBITAL:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 6,89 \cdot 10^6}{7610} = 5,69 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$T = 1,58 \text{ h}$$

LA ALTURA:

$$r = R_T + h \Rightarrow h = r - R_T = 6,89 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6$$

$$h = 5,20 \cdot 10^3 \text{ m} = \underline{\underline{520 \text{ km}}}$$

