

Nombre:**Apellidos:**

CUESTIONES

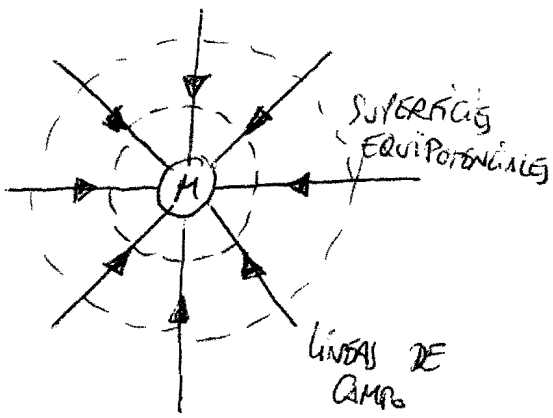
1. Para una masa M . Define la intensidad de campo gravitatorio y el potencial gravitatorio que crea en un punto del espacio. ¿Cómo se representan gráficamente? **(2p)**
2. Halla la relación entre la velocidad de escape de un objeto de masa m situado en la superficie de un planeta y la velocidad de escape de otro objeto de masa $2m$ situado (no orbitando) a una altura igual al radio del planeta. **(2p)**
3. Un satélite describe una órbita elíptica cuya velocidad en el afelio es de 28 km/s. Sabiendo que su distancia al planeta en el afelio es de 405000 km y en el perihelio de 375000 km, ¿cuánto vale su velocidad en el perihelio? ¿Se mantiene constante el momento lineal en su trayectoria? **(2p)**

PROBLEMA

4. Una sonda espacial de masa $m= 1000$ kg se sitúa en una órbita circular de radio $r= 6000$ km, alrededor de un planeta. Si la energía cinética de la sonda es $E_c= 5,4 \cdot 10^9$ J, calcula: **(4p)**
 - a) El periodo orbital de la sonda.
 - b) El módulo del momento angular del satélite respecto al centro del planeta.
 - c) La masa del planeta.
 - d) La energía mecánica de la sonda.

Dato: Constante de gravitación universal: $G= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

1-



CAMPO GRAVITATORIO: PERTURBACION QUE UNA MASA CREA EN EL ESPACIO QUE LA RODEA.

POTENCIAL GRAVITATORIO $V = -\frac{GM}{r}$

ENERGIA POR UNIDAD DE MASA

INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO:

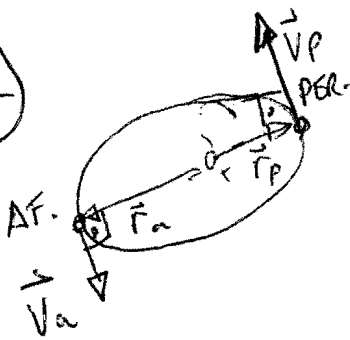
$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \hat{u}_r$$

FUERZA POR UNIDAD DE MASA

2-

MIRA EL EXAMEN DEL GRUPO 1.

3-



SEGUN LA LEY DE LAS AREAS (2ª LEY DE KEPLER), LA VELOCIDAD AREOLAR SE MANTIENE CONSTANTE, ES DECIR, EL MOM. ANGULAR SE MANTIENE CONSTANTE. ($\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$)

$V_a = 28 \text{ km/s}$
 $r_a = 4,05 \cdot 10^5 \text{ km}$
 $r_p = 3,75 \cdot 10^5 \text{ km}$

$$\vec{L}_a = \vec{L}_p \Rightarrow L_a = L_p$$

$$\mu r_a v_a \sin 90^\circ = \mu r_p v_p \sin 90^\circ$$

EL MOMENTO LINEAL

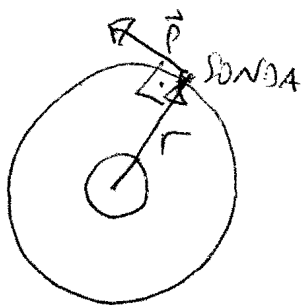
$$v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a = \frac{4,05 \cdot 10^5}{3,75 \cdot 10^5} \cdot 28 = \underline{30,24 \text{ km/s}}$$

Es: $\vec{p} = m\vec{v}$

LA MASA SE MANTIENE CTE, PERO LA \vec{v} NO.

$$\vec{p} \neq \text{cte}$$

4-



a) DE LA ENERGÍA CINÉTICA DEDUCIMOS LA VELOCIDAD ORBITAL.

$$m = 1000 \text{ kg}$$

$$r = 6000 \text{ km} = 6 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$E_c = 5,4 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,4 \cdot 10^9}{1000}} = \underline{\underline{3300 \text{ m/s}}}$$

El PERIODO ORBITAL EN UN MCU:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 6 \cdot 10^6}{3300} = 1,14 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$T = 3,17 \text{ h}$$

b) El MOMENTO ANGULAR: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow L = m r v \sin 90^\circ$

$$L = 1000 \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 3300 = \underline{\underline{1,98 \cdot 10^{13} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}}}$$

c) LA MASA DEL PLANETA SE PUEDE DEDUCIR A PARTIR DE LA 3ª LEY DE KEPLER:

$$\vec{F}_c = \vec{F}_g$$

$$F_c = F_g$$

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{G M m}{r^2} \Rightarrow$$

$$v_{\text{ORBITAL}} = \sqrt{\frac{G M}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{G M / r}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M} r^3$$

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \frac{r^3}{T^2} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} \cdot \frac{(6 \cdot 10^6)^3}{(1,14 \cdot 10^4)^2} = \underline{\underline{9,84 \cdot 10^{23} \text{ kg}}}$$

d) LA ENERGÍA MECÁNICA DE LA SONDA:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{G M m}{r} = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{G M}{r}} \right)^2 - \frac{G M m}{r}$$

$$E_m = -\frac{1}{2} \frac{G M m}{r} = -\frac{1}{2} \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9,84 \cdot 10^{23} \cdot 1000}{6 \cdot 10^6} = \underline{\underline{-5,47 \cdot 10^9 \text{ J}}}$$