

Nombre:

Apellidos:

1. La fuerza magnética que sufre una carga eléctrica ( $q$ ) en el interior de un campo magnético ( $\mathbf{B}$ ), viene determinada por la ley de Lorentz:  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$  (3p)
  - a) Analiza ayudándote de un gráfico, según las propiedades de esta operación: el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que sufre la partícula en los siguientes casos:
    - i. Un neutrón con velocidad  $v$  que forma  $45^\circ$  con el campo.
    - ii. Un electrón con velocidad  $v$  perpendicular al campo.
    - iii. Un protón con velocidad paralela al campo.
  - b) Analiza dimensionalmente el campo magnético y expresa su unidad en función de las unidades básicas del SI. (Su unidad se llama Tesla ( $T$ )).
  - c) Una partícula de carga eléctrica  $q = 3e$  que se desplaza a una velocidad constante de  $3000 \text{ ms}^{-1}$  en la dirección resultante de sumar los vectores unitarios  $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ , se ve sometida a un campo magnético  $\mathbf{B} = -3 \text{ k mT}$ . Calcula el vector fuerza magnética y su módulo.  
Dato: valor absoluto de la carga del electrón  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
2. La fuerza gravitatoria que sufre la Luna causada por la Tierra viene determinada por la Ley de Gravitación Universal. Suponiendo que la órbita lunar fuese circular, razona si los valores de las siguientes magnitudes son nulos, constantes o variables con el tiempo: (3p)
  - a) El momento de la fuerza que sufre la Luna desde la Tierra.
  - b) Las componentes intrínsecas de la aceleración de la Luna.
  - c) El momento angular que sufre la Luna desde la Tierra.
3. Un móvil de 10 kg se mueve según la ecuación de movimiento, expresada en unidades SI:  $\mathbf{r}(t) = (-t^2 + 2)\mathbf{i} - (2t^3 - 2t)\mathbf{j} - (t^2 - 2t)\mathbf{k}$ , calcula: (4p)
  - a) La velocidad instantánea, la aceleración instantánea, el momento lineal y la fuerza que impulsa al móvil.
  - b) El ángulo que forman entre sí los vectores  $\mathbf{r}(1)$  y  $\mathbf{v}(0)$ .
  - c) El módulo de la aceleración tangencial a los 3 s.
  - d) El trabajo que realiza la fuerza que actúa sobre el móvil entre los instantes 2 a 4 s.

Nombre:

Apellidos:

1. La fuerza magnética que sufre una carga eléctrica ( $q$ ) en el interior de un campo magnético ( $\mathbf{B}$ ), viene determinada por la ley de Lorentz:  $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$  (3p)
  - a) Analiza ayudándote de un gráfico, según las propiedades de esta operación: el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que sufre la partícula en los siguientes casos:
    - i. Un neutrón con velocidad  $v$  que forma  $60^\circ$  con el campo.
    - ii. Un protón con velocidad  $v$  perpendicular al campo.
    - iii. Un electrón con velocidad paralela al campo.
  - b) Analiza dimensionalmente el campo magnético y expresa su unidad en función de las unidades básicas del SI. (Su unidad se llama Tesla ( $T$ )).
  - c) Una partícula de carga eléctrica  $q = -2e$  que se desplaza a una velocidad constante de  $2000 \text{ ms}^{-1}$  en la dirección resultante de sumar los vectores unitarios  $2\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ , se ve sometida a un campo magnético  $\mathbf{B} = 2 \mathbf{i} \text{ mT}$ . Calcula el vector fuerza magnética y su módulo.  
Dato: valor absoluto de la carga del electrón  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
2. La fuerza gravitatoria que sufre la Luna causada por la Tierra viene determinada por la Ley de Gravitación Universal. Suponiendo que la órbita lunar fuese circular, razona si los valores de las siguientes magnitudes son nulos, constantes o variables con el tiempo: (3p)
  - a) El momento de la fuerza que sufre la Luna desde la Tierra.
  - b) Las componentes intrínsecas de la aceleración de la Luna.
  - c) El momento angular que sufre la Luna desde la Tierra.
3. Un móvil de  $100 \text{ kg}$  se mueve según la ecuación de movimiento, expresada en unidades SI:  $\mathbf{r}(t) = (t^2 - 2t) \mathbf{i} - (2t^3 - 2t) \mathbf{j} - (-t^2 + 2) \mathbf{k}$ , calcula: (4p)
  - a) La velocidad instantánea, la aceleración instantánea, el momento lineal y la fuerza que impulsa al móvil.
  - b) El ángulo que forman entre sí los vectores  $\mathbf{r}(0)$  y  $\mathbf{v}(1)$ .
  - c) El módulo de la aceleración tangencial a los  $2 \text{ s}$ .
  - d) El trabajo que realiza la fuerza que actúa sobre el móvil entre los instantes  $1$  a  $3 \text{ s}$ .

1-

a) G1 ⇒

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

El módulo de la fuerza:

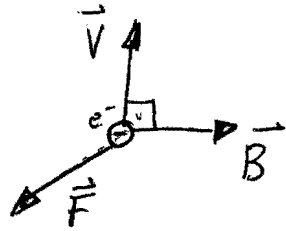
$$F = q v B \sin \alpha$$

G1 y G2

i) AL TRATARSE DE UN NEUTRÓN ( $q=0$ ) NO HAY FUERZA MAGNÉTICA, ATRAVIEZA EL CAMPO SIN DEVIARSE.

G1

ii)



AL TRATARSE DE UN ELECTRÓN ( $q=-e$ ) DEBEMOS CAMBIAR EL SENTIDO A LA REGA DE LA MANO IZQUIERDA:

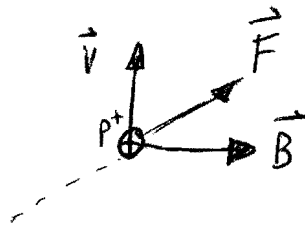
• MÓDULO:  $F = e v B \sin 90^\circ = e v B$

• DIRECCIÓN:  $\perp$  a  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$

• SENTIDO: CONTRARIO A REGA MANO IZQ.

G2

ii)



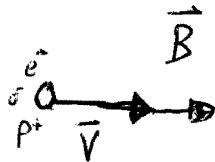
EL PROTON TIENE CARGA POSITIVA ( $q=e$ ) ASÍ QUE:

• MÓDULO Y DIRECCIÓN: VER AP. ANTERIOR

• SENTIDO: REGA MANO IZQ.

G1 y G2

iii)



SI  $\vec{v} \parallel \vec{B}$  EL ÁNGULO QUE FORMAN ES DE  $0^\circ$ , POR LO QUE NO HABRÁ FUERZA INDEPENDIEMENTE DE LA PARTÍCULA.

G1 y G2

b) ANALIZAR EL MÓDULO DE UNA MAGNITUD Y ES EQUIVALENTE A ANALIZAR LA MAGNITUD, DESPEJANDO:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m \vec{a} \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} \\ \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} \end{aligned}$$

$$I = \frac{q}{t}$$

$$[q] = I \cdot T$$

$$B = \frac{F}{q v \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow [B] = \frac{M L T^{-2}}{I \cdot T \cdot L T^{-1}} = M I^{-1} T^{-2}$$

$$1 T = 1 \text{ kg} \cdot A^{-1} \cdot s^{-2}$$

RECUERDA EL ANÁLISIS HECHO EN CLASE.

$$[v] = L T^{-1}$$

$$[F] = M L T^{-2} \quad [\sin \alpha] = 1$$

G1 c)

$$q = 3e = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\vec{v} \left\{ \begin{array}{l} v = 3000 \text{ m/s (Módulo)} \\ i - 2j + 2k = \vec{a} \text{ (Direcc.)} \end{array} \right. \Rightarrow \vec{v} = \frac{(1, -2, 2)}{\sqrt{9}} = \left( \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

HACEMOS LA DIRECCIÓN UNITARIA ( $\hat{v} = \frac{\vec{a}}{a}$ )

$$\vec{B} = -3 \hat{k} \text{ mT} = -3 \cdot 10^{-3} \hat{k} \text{ T}$$
$$\vec{v} = (1000, -2000, 2000) \text{ m/s}$$

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) = 4,8 \cdot 10^{-19} \cdot \left( 10^{3-3} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} \right) = 4,8 \cdot 10^{-19} (6\hat{i} + 3\hat{j})$$

FACTOR COMÚN

$$\vec{F} = (2,9 \cdot 10^{-18} \hat{i} + 1,4 \cdot 10^{-18} \hat{j}) \text{ N}$$

Cuyo Módulo Es:  $F = 3,2 \cdot 10^{-18} \text{ N}$

G2

c)  $q = -2e = -3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$$\vec{v} \left\{ \begin{array}{l} v = 2000 \text{ m/s (Mod)} \\ 2i - j - 2k = \vec{a} \text{ (Dir)} \end{array} \right. \Rightarrow \vec{v} = \frac{(2, -1, -2)}{\sqrt{9}} = \left( \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right)$$

$$\vec{B} = 2 \hat{i} \text{ mT} = 2 \cdot 10^{-3} \hat{i} \text{ T}$$
$$\vec{v} = \left( \frac{4000}{3}, -\frac{2000}{3}, -\frac{4000}{3} \right)$$

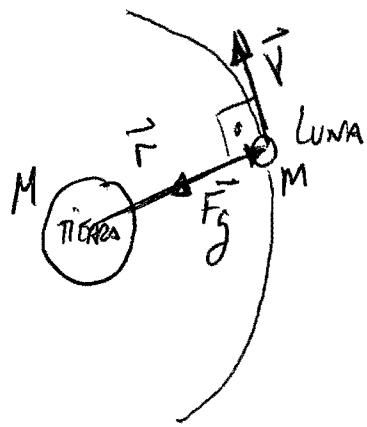
$$\vec{F} = -3,2 \cdot 10^{-19} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \right) = -2,1 \cdot 10^{-19} (-4\hat{j} + 2\hat{k})$$

FACTOR COMÚN

$$\vec{F} = (8,4 \cdot 10^{-19} \hat{j} - 4,2 \cdot 10^{-19} \hat{k}) \text{ N}$$

Cuyo Módulo Es:  $F = 9,4 \cdot 10^{-19} \text{ N}$

61y62 (2-)



LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL.

$$\vec{F} = - \frac{GMm}{r^2} \hat{u}_r$$

a)  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0}$  (ya que  $M = r F \sin 180^\circ$ )

LAS FUERZAS CENTRALES NO CUIDAN MOMENTO DE LA FUERZA

b)  $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$  HAY DOS COMPS. INTR. DE LA ACELERACIÓN

ACEL. TANGENCIAL  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{\frac{GM}{r}} = 0 \text{ m/s}^2$

SE TRATA DE UN MUV

ACEL. NORMAL  $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} = \text{cte}$

¡¡ COINCIDE CON  $\hat{j}$  !!

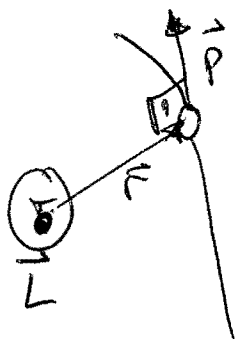
SI LA ÓRBITA ES CIRCULAR, LA F. CENTRÍPETA:

$$F_c = F_g$$

$$\frac{Mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \text{cte.}$$

c)  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \text{cte}$  (ya que  $L = r p \sin 90^\circ = M r v$ )



MÓDULO CTE.

$M = \text{cte}$  (LA MASA LUNAR)

$r = \text{cte}$  (MUV)

$v = \text{cte}$  (Demo en b)

EL PLANO EN EL QUE ESTÁN  $\vec{r}$  Y  $\vec{p}$  NO CAMBIA (ÓRBITA PLANA)  $\Rightarrow$  ¡¡ DIR Y SENT. CTES !!

3-

G1

$$m = 10 \text{ kg}$$

$$\vec{r}(t) = (-t^2 + 2, -2t^3 + 2t, -t^2 + 2t) \text{ m}$$

$$a) \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (-2t, -6t^2 + 2, -2t + 2) \text{ m/s}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = (-20t, -60t^2 + 20, -20t + 20) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (-2, -12t, -2) \text{ m/s}^2$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = (-20, -120t, -20) \text{ N}$$

$$b) \quad \vec{r}(1) = (1, 0, 1) \text{ m}$$

$$\vec{v}(0) = (0, 2, 2) \text{ m/s}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{r}(1) \cdot \vec{v}(0)}{r(1) \cdot v(0)} = \frac{2}{\sqrt{16}} = \frac{1}{2}$$

$$\vec{r}(1) \cdot \vec{v}(0) = 2 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$r(1) = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$v(0) = \sqrt{8} \text{ m/s}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$c) \quad a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{144t^3 - 32t - 8}{2\sqrt{36t^4 - 16t^2 - 8t + 8}} \text{ m/s}^2$$

$$v = \sqrt{4t^2 + (-6t^2 + 2)^2 + (-2t + 2)^2} = \sqrt{4t^2 + 36t^4 - 24t^2 + 4 + 4t^2 - 8t + 4}$$

$$v = \sqrt{36t^4 - 16t^2 - 8t + 8} \text{ m/s}$$

$$a_t(3) = \frac{3784}{2\sqrt{2756}} = \underline{36,04 \text{ m/s}^2}$$

$$d) \quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt = \int_2^4 (-20, -120t, -20) \cdot (-2t, -6t^2 + 2, -2t + 2) dt$$

$$d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt \quad \left| \quad = \int_2^4 (+40t + 720t^3 - 240t + 40t - 40) dt = \xrightarrow{\text{solve}}$$

$$\int_2^4 (720t^3 - 160t - 80) dt = \left. \frac{720}{4} t^4 - \frac{160}{2} t^2 - 80t \right|_2^4 = 180t^4 - 80t^2 - 80t \Big|_2^4 =$$

$$= (46080 - 1280 - 320) - (2880 - 320 - 160) = 44640 - 2480 = \boxed{42160 \text{ J}}$$

ii) COMPRUEBA QUE SE CUMPLE EL TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS!! (ENTRÉGALO AL DÍA SIGUIENTE Y SUBE + 0,25 P EN EL EXAMEN)

G2-

$$m = 100 \text{ kg}$$

$$\vec{r}(t) = (t^2 - 2t, -2t^3 + 2t, t^2 - 2) \text{ m}$$

$$a) \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2t - 2, -6t^2 + 2, 2t) \text{ m/s}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = (200t - 200, -600t^2 + 200, 200t) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (2, -12t, 2) \text{ m/s}^2$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = (200, -1200t, 200) \text{ N}$$

$$b) \quad \vec{r}(0) = (0, 0, -2) \text{ m}$$

$$\vec{v}(1) = (0, -4, 2) \text{ m/s}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{r}(0) \cdot \vec{v}(1)}{r(0) \cdot v(1)} = \frac{-4}{2\sqrt{20}} = -0,45$$

$$\vec{r}(0) \cdot \vec{v}(1) = -4 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\boxed{\alpha = 117^\circ}$$

$$r(0) = 2 \text{ m}$$

$$v(1) = \sqrt{20} \text{ m/s}$$

$$c) \quad a_t = \frac{dv}{dt}$$

EL CÁLCULO DEL MÓDULO DE  $\vec{v}$  ES IDENTICO AL G1, POR TANTO LA EXPRESIÓN DE  $a_t$  ES LA MISMA:

$$a_t(2) = \frac{1080}{2\sqrt{504}} = \boxed{24,05 \text{ m/s}^2}$$

$$d) \quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_2^3 \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt = \int_1^3 (200, -1200t, 200) \cdot (2t-2, -6t^2+2, 2t) dt =$$

$$d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt \quad = \int_1^3 (400t - 600 + 7200t^3 - 2400t + 400t) dt = \int_1^3 (7200t^3 - 1600t - 600) dt =$$

$$= \left. \frac{7200}{4} t^4 - \frac{1600}{2} t^2 - 600t \right|_1^3 = 1800t^4 - 800t^2 - 600t \Big|_1^3 =$$

$$= 137400 - 600 = \boxed{136800 \text{ J}}$$

COMPRUEBA QUE SE CUMPLE EL TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS (ENTÉGALO AL DÍA SIGUIENTE Y SUBE +0,25<sub>7</sub> EN EL EXAMEN).