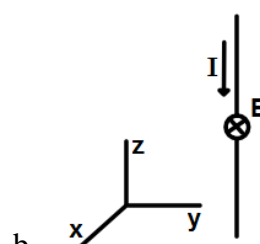
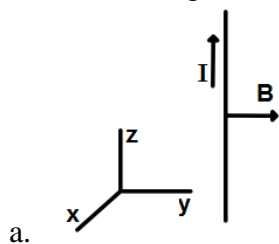


Nombre:

Apellidos:

1. La fuerza magnética que sufre un cable de longitud  $l$  que es circulado por una corriente eléctrica de intensidad  $I$  en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$ , viene determinada por la siguiente expresión:  $\vec{F} = I (\vec{l} \times \vec{B})$  (3p)

- a) Analiza gráfica y analíticamente, conforme a las propiedades de esta operación: el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que sufre el cable en los siguientes casos:



- b) Analiza dimensionalmente el campo magnético y expresa su unidad en función de las unidades básicas del SI. (Su unidad se llama Tesla (T)).
- c) Una cable de  $0,5\text{ m}$  de longitud es circulado por una corriente eléctrica de  $3\text{ mA}$  en la dirección resultante del vector:  $2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ , está inmerso en un campo magnético  $\vec{B} = -0,2\hat{j}\text{ T}$ . Calcula el vector fuerza magnética y su módulo.
2. La fuerza gravitatoria que sufre la Luna causada por la Tierra viene determinada por la Ley de Gravitación Universal. Suponiendo que la órbita lunar fuese circular, razona si los valores de las siguientes magnitudes son nulos, constantes o variables con el tiempo: (3p)

- a) El momento de la fuerza que sufre la Luna desde la Tierra.  
 b) Las componentes intrínsecas de la aceleración de la Luna.  
 c) El momento angular que sufre la Luna desde la Tierra.

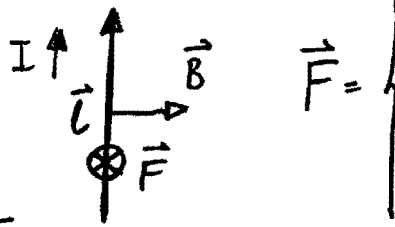
3. La fuerza que actúa sobre un móvil de  $2\text{ kg}$  viene determinada por la siguiente, expresión en unidades SI:  $\vec{F}(t) = 3t\hat{j} - 2\hat{k}$ ; calcula: (4p)

- a) La expresión de la cantidad de movimiento en función del tiempo sabiendo que la velocidad inicial del móvil era  $\vec{v}(0) = (2\hat{i} - \hat{k})\text{ ms}^{-1}$ .  
 b) El ángulo que forman entre sí los vectores  $\vec{v}(1)$  y  $\vec{v}(2)$ .  
 c) El valor del momento cinético, medido desde el origen, en el instante  $t = 2\text{ s}$ . (La posición inicial del móvil era el origen de coordenadas).  
 d) El trabajo que realiza la fuerza que actúa sobre el móvil entre los instantes 2 a 4 s.

1-

a)  $\vec{F} = I (\vec{\ell} \times \vec{B})$

1º caso



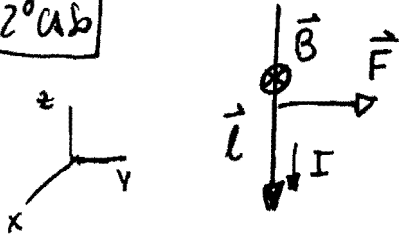
- MÓDULO:  $F = I \ell B \text{ sen } 90^\circ = \underline{I \ell B}$
- DIRECCIÓN:  $\hat{u}_x = \hat{i}$  ( $\perp$  a  $\vec{B}$  y  $\vec{\ell}$ )
- SENTIDO: NEGATIVO (REGLA MANO IZQ.)

$$\vec{\ell} = \ell \hat{k}$$

$$\vec{B} = B \hat{j}$$

$$\vec{F} = I \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \ell \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = \underline{-I \ell B \hat{i}}$$

2º caso



- MÓDULO:  $F = I \ell B \text{ sen } 90^\circ = \underline{I \ell B}$
- DIRECCIÓN:  $\hat{u}_y = \hat{j}$
- SENTIDO: POSITIVO

$$\vec{\ell} = -\ell \hat{k}$$

$$\vec{B} = B \hat{i}$$

$$\vec{F} = I \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -\ell \\ -B & 0 & 0 \end{vmatrix} = I \ell B \hat{j}$$

b)  $[\vec{B}] = [B] \Rightarrow \vec{F} = I (\vec{\ell} \times \vec{B}) \Rightarrow \underline{F = I \ell B \text{ sen } \alpha}$

$$B = \frac{F}{I \ell \text{ sen } \alpha} \Rightarrow \underline{[B] = \frac{[F]}{I \cdot \ell \cdot [\text{sen } \alpha]} = \underline{MT^{-2} I^{-1}}}$$

$$[F] = MLT^{-2} \text{ (HECHO EN CLASE)}$$

$$[\text{sen } \alpha] = 1$$

$$\downarrow$$

$$\underline{1T = 1V / s^2 \cdot A}$$

c)  $\vec{\ell} = \begin{cases} \ell = 0,5 \text{ m} \\ \hat{u}_\ell = \frac{2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}}{|2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}|} = \frac{(2, -1, -1)}{\sqrt{6}} = (0,82, -0,41, -0,41) \end{cases}$

$$I = 3 \text{ mA} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

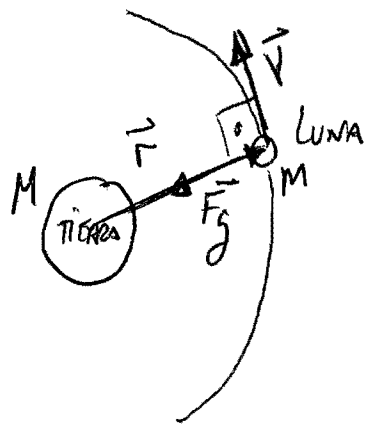
$$\vec{B} = -0,2 \hat{j} \text{ T}$$

$$\vec{\ell} = \ell \hat{u}_\ell = (0,41, -0,20, -0,20) \text{ m}$$

$$\vec{F} = I (\vec{l} \times \vec{B}) = 3 \cdot 10^{-3} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0'41 & -0'2 & -0'2 \\ 0 & -0'2 & 0 \end{vmatrix} = (-1,20 \cdot 10^{-4} \hat{i} - 2,46 \cdot 10^{-4} \hat{j}) \text{ N}$$

$$\vec{F} = (-1'20, 0, -2'46) \cdot 10^{-4} \text{ N} \Rightarrow F = 2,74 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

61y62 (2-)



LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL.

$$\vec{F} = - \frac{GMm}{r^2} \hat{u}_r$$

a)  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0}$  (ya que  $M = r F \sin 180^\circ$ )

LAS FUERZAS CENTRALES NO AGRAN MOMENTO DE LA FUERZA

b)  $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$  HAY DOS COMPS. INTR. DE LA ACELERACIÓN

ACEL. TANGENCIAL  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{\frac{GM}{r}} = 0 \text{ m/s}^2$

SE TRATA DE UN MCU

ACEL. NORMAL  $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} = \text{cte}$

¡¡ COINCIDE CON  $\hat{j}$  !!

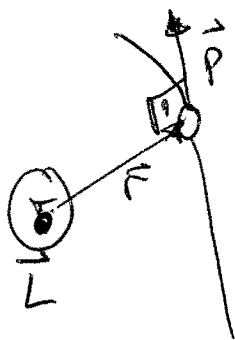
SI LA ÓRBITA ES CIRCULAR, LA F. CENTRÍPETA:

$$F_c = F_g$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \text{cte.}$$

c)  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \text{cte}$  (ya que  $L = r p \sin 90^\circ = mrv$ )



MÓDULO CTE.

$m = \text{cte}$  (LA MASA LUNAR)

$r = \text{cte}$  (MCU)

$v = \text{cte}$  (Demo en b)

EL PLANO EN EL QUE ESTÁN  $\vec{r}$  Y  $\vec{p}$  NO CAMBIA (ÓRBITA PLANA)  $\Rightarrow$  ¡¡ DIR Y SENT. CTES !!

3-

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$\vec{F}(t) = (3t \hat{j} - 2 \hat{k}) \text{ N}$$

a) LA 2ª LEY DE NEWTON:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

$$\vec{v}(0) = (2, 0, -1) \text{ m/s} \quad \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \int_{t_0}^t \vec{F} \cdot dt \Rightarrow \boxed{\vec{p} = \vec{p}(0) + \int_0^t \vec{F} \cdot dt}$$

$$\vec{p}(0) = m \vec{v}(0)$$

$$\vec{p}(0) = (4, 0, -2) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\boxed{\vec{p}(t) = (4, 0, -2) + \int_0^t (0, 3t, -2) \cdot dt = (4, \frac{3}{2}t^2, -2t-2)} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b) EL VECTOR VELOCIDAD;  $\vec{p} = m \vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{p}}{m}$

$$\vec{v}(t) = (2, \frac{3}{4}t^2, -t-1) \text{ m/s}$$

$$\vec{v}(1) = (2, \frac{3}{4}, -2) \text{ m/s}; \quad \vec{v}(2) = (2, 3, -3) \text{ m/s}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{v}(1) \cdot \vec{v}(2)}{v(1) \cdot v(2)} = \frac{12,25}{2,93 \cdot 4,69} = 0,89 \Rightarrow \boxed{\theta = 27^\circ}$$

c) EL MOMENTO ANGULAR SE DEFINE  $\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$

$$\vec{r}(0) = (0, 0, 0) \text{ m} \quad \vec{p}(2) = (4, \frac{3}{2} \cdot 2^2, -2 \cdot 2 - 2) = (4, 6, -6) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Hallamos  $\vec{r}$ :

$$\vec{v}(t) = \frac{1}{m} \vec{p} = \frac{1}{2} (4, \frac{3}{2}t^2, -2t-2) = (2, \frac{3}{4}t^2, -t-1) \text{ m/s}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v} \cdot dt \Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t (2, \frac{3}{4}t^2, -t-1) dt$$

$(0, 0, 0)$

$$\vec{r}(t) = \left( 2t, \frac{1}{4}t^3, -\frac{1}{2}t^2 - t \right) \text{ m} \Rightarrow \vec{r}(2) = (4, 2, -6) \text{ m}$$

$$\vec{L}(2) = \vec{r}(2) \times \vec{p}(2) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 2 & -6 \\ 4 & 6 & -6 \end{vmatrix} = -12\hat{i} - 16\hat{j} + 24\hat{k} + 24\hat{i} + 24\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\vec{L}(2) = (12\hat{i} + 8\hat{j} + 16\hat{k}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

d)

LA DEFINICIÓN DE TRABAJO:

$$W = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} \stackrel{d\vec{r} = \vec{v} dt}{=} \int_{t_0}^t \vec{F} \cdot \vec{v} dt = \int_2^4 \left( \frac{9}{4}t^3 + 2t + 2 \right) dt = \left( \frac{9t^4}{16} + t^2 + 2t \right) \Big|_2^4$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}(t) &= (0, 3t, -2) \text{ N} \\ \vec{v}(t) &= \left( 1, \frac{3}{4}t^2, -t-1 \right) \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{9}{4}t^3 + 2t + 2$$

$$W = \left( \frac{9 \cdot 4^4}{16} + 4^2 + 2 \cdot 4 \right) - \left( \frac{9 \cdot 2^4}{16} + 2^2 + 2 \cdot 2 \right) = 168 - 17 = \boxed{151 \text{ J}}$$

ALTERNATIVAMENTE, PODEMOS USAR EL TA DE LAS FUERZAS VIVAS:

$$\boxed{W = \Delta E_c}$$

$$W = E_c(4) - E_c(2) = \frac{1}{2} m (v^2(4) - v^2(2)) = \frac{1}{2} \cdot 2 (170 - 19) = \boxed{151 \text{ J}}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}(4) &= (1, 12, -5) \text{ m/s} \\ \vec{v}(2) &= (1, 3, -3) \text{ m/s} \end{aligned} \right\}$$

$$v^2(4) = \vec{v}(4) \cdot \vec{v}(4) = 170 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v^2(2) = \vec{v}(2) \cdot \vec{v}(2) = 19 \text{ m}^2/\text{s}^2$$