

Nombre:

Apellidos:

1. La fuerza magnética que sufre una carga eléctrica ( $q$ ) en el interior de un campo magnético ( $\mathbf{B}$ ), viene determinada por la ley de Lorentz:  $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$  (3p)
  - a) Analiza ayudándote de un gráfico, según las propiedades de esta operación: el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que sufre la partícula en los siguientes casos:
    - i. Un protón con velocidad  $v$  paralela al campo.
    - ii. Un electrón con velocidad  $v$  perpendicular al campo.
    - iii. Un neutrón con velocidad que forma  $30^\circ$  con el campo.
  - b) Analiza dimensionalmente el campo magnético. ¿Sería válida la unidad  $\text{g} \cdot \text{min}^2 \cdot \text{nA}^{-2}$  para medir campos magnéticos?
  - c) Una partícula de carga eléctrica  $q = -2e$  que se desplaza a una velocidad constante de  $2000 \text{ ms}^{-1}$  en la dirección resultante de sumar los vectores unitarios  $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ , se ve sometida a un campo magnético  $\mathbf{B} = 2 \mathbf{k} \mu\text{T}$ . Calcula el vector fuerza magnética y su módulo.  
*Dato: valor absoluto de la carga del electrón  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$*
2. Un muelle de constante elástica  $20 \text{ N/m}$  se estira desde el reposo hasta  $0,5 \text{ m}$ . Calcula: (3p)
  - a) El trabajo realizado por el muelle en dicho proceso.
  - b) Representa gráficamente su significado.
  - c) Enuncia y demuestra el Teorema de la energía potencial elástica.
3. La fuerza que actúa sobre un móvil de  $2 \text{ kg}$  viene determinada por la siguiente, expresión en unidades SI:  $\vec{F}(t) = 3t\hat{j} - 2\hat{k}$ ; calcula: (4p)
  - a) La expresión de la cantidad de movimiento en función del tiempo sabiendo que la velocidad inicial del móvil era  $\vec{v}(0) = (2\hat{i} - \hat{k}) \text{ ms}^{-1}$ .
  - b) El ángulo que forman entre sí los vectores  $\vec{v}(1)$  y  $\vec{v}(2)$ .
  - c) El valor del momento cinético, medido desde el origen, en el instante  $t = 2 \text{ s}$ . (La posición inicial del móvil era el origen de coordenadas).
  - d) El trabajo que realiza la fuerza que actúa sobre el móvil entre los instantes  $2$  a  $4 \text{ s}$ .

1-

### LEY DE LORENZ

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

CONFORME A LA DEFINICIÓN DE PRODUCTO VECTORIAL:

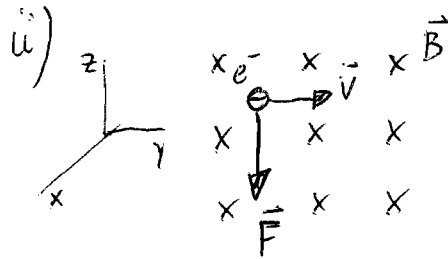
MÓDULO  $\rightarrow F = |q| v B \sin \alpha$

DIRECCIÓN  $\rightarrow \perp$  al plano formado por  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$

SENTIDO  $\rightarrow$  Regla de la mano derecha.

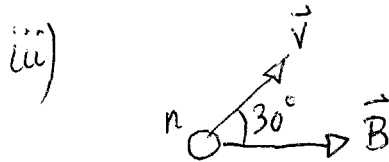


Como  $\alpha = 0^\circ \Rightarrow \boxed{F = 0N}$  El protón no siente fuerza magnética



$$\boxed{F = e v B \sin 90^\circ = e v B}$$

$$\boxed{\vec{F} = -e v B \hat{k}}$$



Como la carga del neutrón  $q_n = 0$  la fuerza se anula  $\boxed{F = 0N}$

b) ANALIZAMOS SUS DIMENSIONES A PARTIR DEL MÓDULO:

$$\boxed{B = \frac{F}{|q| v \sin \alpha}}$$

$$\Rightarrow [B] = \frac{[F]}{[q][v][\sin \alpha]} = \frac{MLT^{-2}}{I \cdot T \cdot T^{-1}} = M \cdot I^{-1} \cdot T^{-2}$$

$$[F] = MLT^{-2} \quad [v] = LT^{-1} \quad [\sin \alpha] = 1 \quad \boxed{[B] = M \cdot I^{-1} \cdot T^{-2}}$$

EN EL S.I.  $1T = 1kg \cdot A^{-1} \cdot s^2$  PERO  $\frac{M \cdot T^2 \cdot I^{-2}}{kg \cdot min^2, nA^{-2}}$  NO TIENE DIMENSIONES DE CAMPO MAGNÉTICO.

c)

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) = -2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{2000}{\sqrt{6}} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$q = -2e$$

$$\vec{v} \begin{cases} v = 2000 \text{ m/s} \\ 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k} = (2, -1, 1) \end{cases}$$

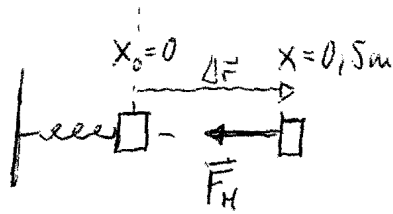
$$= -5.23 \cdot 10^{-22} (-\hat{i} - 2\hat{j}) = (5.23 \cdot 10^{-22}, 1.05 \cdot 10^{-21})$$

$$\hat{v} = \frac{1}{\sqrt{6}} (2, -1, 1) \Rightarrow \vec{v} = v \cdot \hat{v} = \frac{2000}{\sqrt{6}} (2, -1, 1)$$

$$\boxed{F = 1.17 \cdot 10^{-21} N}$$

$$\vec{B} = 2 \hat{k} \mu T = (0, 0, 2 \cdot 10^{-6}) T$$

2-



a) El TRABAJO SE DEFINE:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$K = 20 \text{ N/m}$$

$$x_0 = 0 \text{ m}$$

$$x = 0,5 \text{ m}$$

Y LA FUERZA QUE EJERCE EL MUELLE VIENE DETERMINADA

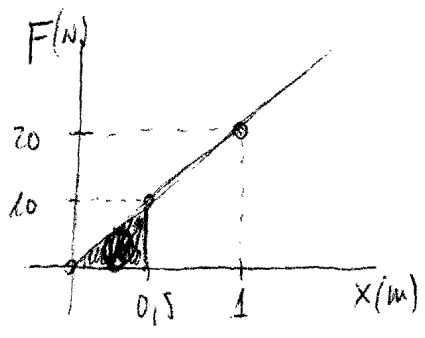
Por la LEY DE HOOKE:  $\vec{F} = -K \cdot \Delta \vec{r}$  (NO ES CONSTANTE)

EN ESTE CASO (1-D):  $\vec{F} = -K \Delta x \hat{i} = -Kx \hat{i}$   
 $\hat{i}$   $\nearrow$   $x_0=0$

$$W = \int_0^{0,5} -Kx \hat{i} \cdot d\vec{r} = \int_0^{0,5} -Kx dx = -\frac{1}{2} Kx^2 \Big|_0^{0,5} = -\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 0,5^2$$

$$W = -2,5 \text{ J}$$

b)



El TRABAJO COINCIDE CON EL ÁREA DEL TRIÁNGULO SEÑALADO EN EL DIAGRAMA:

$$W = A_T = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{0,5 \cdot 10}{2} = 2,5 \text{ J}$$

(EL SIGNO ES DEBIDO A QUE EN EL DIAGRAMA SE REPRESENTA  $|\vec{F}|$  Y TIENE QUE VER CON QUIÉN REALIZA LA FUERZA (EN EJES CASO EXTERNA) DEL CAMPO)

c) TEOREMA DE LA ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA: El TRABAJO REALIZADO

Por un cuerpo elástico se INCIERTE EN MODIFICAR LA ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA, DE FORMA NEGATIVA.

$$W = -\Delta E_p$$

$$\text{DEF. } E_p = \frac{1}{2} Kx^2$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_0}^x (-K\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \left( -\frac{1}{2} Kx \right) \Big|_{x_0}^x = \frac{1}{2} Kx_0^2 - \frac{1}{2} Kx^2 = -\Delta E_p$$

3-

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$\vec{F}(t) = (3t \hat{j} - 2 \hat{k}) \text{ N}$$

a) LA 2ª LEY DE NEWTON:  $\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$

$$\vec{v}(0) = (2, 0, -1) \text{ m/s} \quad \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \int_{t_0}^t \vec{F} \cdot dt \Rightarrow \boxed{\vec{p} = \vec{p}(0) + \int_0^t \vec{F} \cdot dt}$$

$$\vec{p}(0) = m \vec{v}(0)$$

$$\vec{p}(0) = (4, 0, -2) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\boxed{\vec{p}(t) = (4, 0, -2) + \int_0^t (0, 3t, -2) \cdot dt = (4, \frac{3}{2}t^2, -2t-2)} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b) EL VECTOR VELOCIDAD:  $\vec{p} = m \vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{p}}{m}$

$$\vec{v}(t) = (2, \frac{3}{4}t^2, -t-1) \text{ m/s}$$

$$\vec{v}(1) = (2, \frac{3}{4}, -2) \text{ m/s}; \quad \vec{v}(2) = (2, 3, -3) \text{ m/s}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{v}(1) \cdot \vec{v}(2)}{v(1) \cdot v(2)} = \frac{12,25}{2,93 \cdot 4,69} = 0,89 \Rightarrow \boxed{\theta = 27^\circ}$$

c) EL MOMENTO ANGULAR SE DEFINE:  $\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$

$$\vec{r}(0) = (0, 0, 0) \text{ m} \quad \vec{p}(2) = (4, \frac{3}{2} \cdot 2^2, -2 \cdot 2 - 2) = (4, 6, -6) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

HALLAMOS  $\vec{r}$ :

$$\vec{v}(t) = \frac{1}{m} \vec{p} = \frac{1}{2} (2, \frac{3}{2}t^2, -2t-2) = (1, \frac{3}{4}t^2, -t-1) \text{ m/s}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v} \cdot dt \Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t (1, \frac{3}{4}t^2, -t-1) dt$$

$(0, 0, 0)$

$$\vec{r}(t) = \left( t, \frac{1}{4} t^3, -\frac{1}{2} t^2 - t \right) \text{ m} \Rightarrow \vec{r}(2) = (2, 2, -4) \text{ m}$$

$$\vec{L}(2) = \vec{r}(2) \times \vec{p}(2) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & -4 \\ 4 & 6 & -6 \end{vmatrix} = -12 \hat{i} - 16 \hat{j} + 12 \hat{k} \\ + 24 \hat{i} + 12 \hat{j} - 8 \hat{k}$$

$$\vec{L}(2) = (12 \hat{i} - 4 \hat{j} + 4 \hat{k}) \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

d)

LA DEFINICIÓN DE TRABAJO:

$$W = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \left. \begin{array}{l} d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt \\ \int_{t_0}^t \end{array} \right\} \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt = \int_2^4 \left( \frac{9}{4} t^3 + 2t + 2 \right) dt = \left( \frac{9t^4}{16} + t^2 + 2t \right) \Big|_2^4$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}(t) = (0, 3t, -2) \text{ N} \\ \vec{v}(t) = \left( 1, \frac{3}{4} t^2, -t-1 \right) \text{ m/s} \end{array} \right\} \vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{9}{4} t^3 + 2t + 2$$

$$W = \left( \frac{9 \cdot 4^4}{16} + 4^2 + 2 \cdot 4 \right) - \left( \frac{9 \cdot 2^4}{16} + 2^2 + 2 \cdot 2 \right) = 168 - 17 = \boxed{151 \text{ J}}$$

ALTERNATIVAMENTE, PODEMOS USAR EL TA DE LAS FUERZAS VIVAS:

$$\boxed{W = \Delta E_c}$$

$$W = E_c(4) - E_c(2) = \frac{1}{2} m (v^2(4) - v^2(2)) = \\ = \frac{1}{2} \cdot 2 (170 - 14) = \boxed{151 \text{ J}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{v}(4) = (1, 12, -5) \text{ m/s} \\ \vec{v}(2) = (1, 3, -3) \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

$$v^2(4) = \vec{v}(4) \cdot \vec{v}(4) = 170 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v^2(2) = \vec{v}(2) \cdot \vec{v}(2) = 14 \text{ m}^2/\text{s}^2$$