

Nombre:

Apellidos:

1. (4p)
 - a) Enuncia y explica el Teorema de Gauss para el campo eléctrico.
 - b) Mediante el Teorema de Gauss, deduce las expresiones para el campo eléctrico (analizando módulo, dirección y sentido) creado por:
 - i. Una esfera conductora cargada con carga total $-Q$ en su interior y en su exterior.
 - ii. Un hilo rectilíneo e indefinido cargado con una densidad de carga lineal, λ .
 - iii. Un plano infinito uniformemente cargado con una densidad de carga superficial, σ .

2. Un protón se mueve en una órbita circular, de 0,5 m de radio, perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,75 T. (4p)
 - a) Dibuja la fuerza que el campo ejerce sobre el protón y calcula la velocidad y el período de su movimiento.
 - b) Repite el apartado anterior para el caso de un electrón y compara los resultados.
 - c) Compara las energías cinéticas y momentos angulares de ambos.
 - d) Si en un punto de la trayectoria queremos que las partículas comiencen a realizar un MRU, ¿qué campo eléctrico debemos aplicar a cada una de ellas?

*Datos: Masas de protón y electrón $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;
valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$*

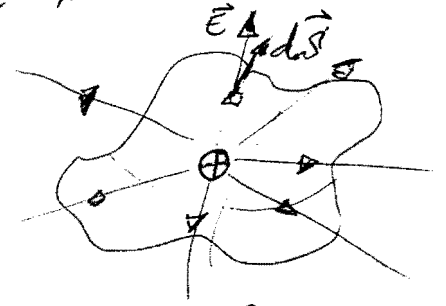
3. Una espira cuadrada de 4 cm^2 de superficie se encuentra en el plano XY. Si conduce una corriente eléctrica de $I \text{ A}$ en sentido antihorario, razona qué fuerza sufrirá si: (1p)
 - a) Se encuentra sumergida en un campo magnético uniforme de 0,5 T en la dirección de las Z positivas.

4. Aplícale el Teorema de Gauss al campo magnético terrestre y analiza sus consecuencias. (1p)

1-

a) Tª GAUSS: EL FLUJO ELÉCTRICO A TRAVÉS DE UNA SUPERFICIE CERRADA ES PROPORCIONAL A LA CARGA NETA ENCERRADA EN DICHA SUPERFICIE E INDEPENDIENTE DE SU FORMA.

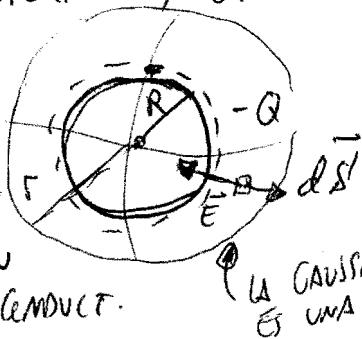
$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$



EL FLUJO DA UNA MEDIDA DEL NÚMERO DE LÍNEAS DE CAMPO QUE ATRAVIESA UNA SUPERFICIE, POR ESO ES PROPORCIONAL A LA CANTIDAD DE GENERADORAS DE LÍNEAS (CARGA NETA) ENCERRADA. CUALQUIER LÍNEA PRODUCIDA EN EL EXTERIOR DE LA SUPERFICIE, CAUSARÁ UN FLUJO NETO NULO (AL ENTRAR Y SALIR).

b) i)

EN UN CONDUCTOR CARGADO, TODA LA CARGA SE ACUMULA EN LA SUPERFICIE DEL CONDUCTOR.



LA GAUSSIANA ES UNA ESFERA

ESFERA CONDUCTORA (EXTERIOR $r > R$):

$$\begin{aligned} \Phi &= \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_{ext}} E dS \cdot \cos 180^\circ \\ &= -E \oint dS = -E \cdot 4\pi r^2 = -Q/\epsilon_0 \end{aligned}$$

UNIFORME PARA CADA dS

$$\vec{E} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

EN EL INTERIOR, LA CARGA NETA ENCERRADA ES NULA:

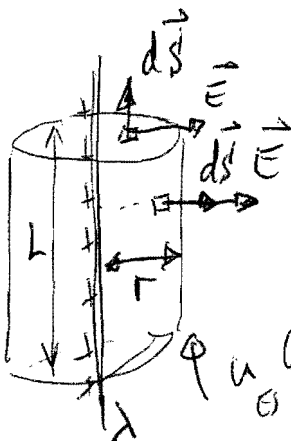
$$\Phi = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$$

(EL FLUJO A TRAVÉS DE LA PARED ES NULO)

ii)

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

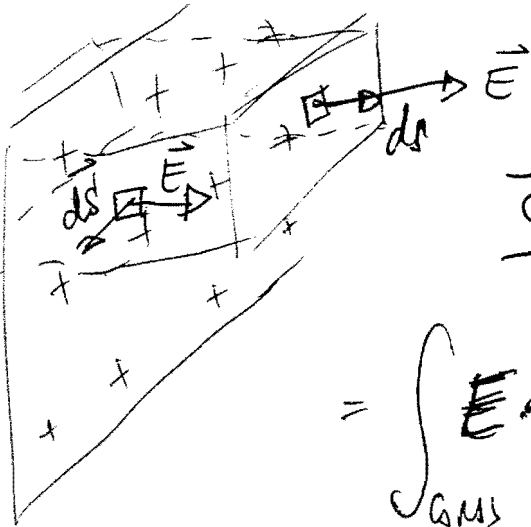
DENSIDAD DE CARGA LINEAL



LA GAUSSIANA ES UN CILINDRO

$$\begin{aligned} \Phi &= \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2 \int_{TAPA} E dS \cdot \cos 90^\circ + \int_{PARED} E \cdot dS \cdot \cos 0^\circ \\ &= E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{Q}{\epsilon_0} \\ \vec{E} &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r} \\ E &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r L} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

iii) $\vec{E} \cdot d\vec{s}$



$$\sigma = \frac{Q}{S'}$$

DENSIDAD DE CARGA SUPERFICIAL

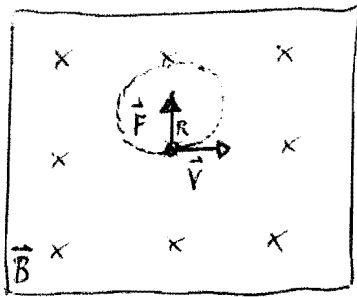
$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} =$$

$$= \int_{\text{GMS LATERALES}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \cdot \cos 90^\circ + 2 \int_{\text{TAPA}} E \cdot dS \cdot \cos 0^\circ$$

$$= 2E \cdot S' = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{Q}{2S'\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

σ UNIFORME.

2-



a) LA FUERZA QUE SUFRE UNA PARTICULA CARGADA EN EL SENO DE UN CAMPO MAGNETICO VIENE DADA POR LA LEY DE LORENTZ:

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{REGLA MANO IZQUIERDA})$$

G1) $R = 0,5 \text{ m}$
 $B = 0,75 \text{ T}$

AL TRATARSE DE UNA FUERZA PERPENDICULAR A \vec{v} , GIRA UN MCU:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_c \Rightarrow F_m = F_c \Rightarrow |q|vB \sin 90^\circ = \frac{mv^2}{R}$$

G2) $R = 1 \text{ m}$
 $B = 0,5 \text{ T}$

EL RADIO DE LA TRAYECTORIA:

$$R = \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow v = \frac{e \cdot B \cdot R}{m_p}$$

$$\frac{q}{m_p} = e$$

G1) $v_p = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,75 \cdot 0,5}{1,7 \cdot 10^{-27}} = 3,53 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

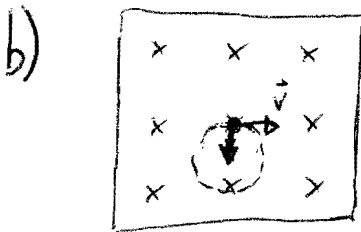
G2) $v_p = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 0,5}{1,7 \cdot 10^{-27}} = 4,71 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

EL PERIODO EN UN MCU (TIEMPO QUE TARDA LA PARTICULA EN GIMENAR 1 REVOLUCION):

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m v}{|q| B v} = \frac{2\pi m_p}{e B}$$

G1) $T_p = \frac{2\pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,75} = 8,90 \cdot 10^{-8} \text{ s}$

G2) $T_p = \frac{2\pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5} = 1,34 \cdot 10^{-7} \text{ s}$



EL CALCULO ES SIMILAR DE CON LAS DEL ELECTRON $q = -e$; m_e

G1)

G2)

AL TRATARSE DE UN ELECTRON ($q_e = -e$), SE DESVIA EN SENTIDO CONTRARIO:

$$\vec{F}_m = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$T_e = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,75} = 4,70 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

$$v_e = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,75 \cdot 0,5}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 6,59 \cdot 10^{10} \text{ m/s}$$

$$v_e = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 0,5}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 8,79 \cdot 10^{10} \text{ m/s}$$

$$T_e = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5} = 7,15 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

$v_{ic} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
 CEL e^- NO PODRIA REALIZAR EST MCU !!

c) $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow L = m r v \sin \alpha$$

LAS EXPRESIONES DE ENERGIA CINETICA Y MOMENTO ANGULAR

$$E_{Cp} = \frac{1}{2} m_p v_p^2 = \frac{1}{2} m_p \left(\frac{e B R}{m_p} \right)^2$$

Gdy62

$$E_{Ce} = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{1}{2} m_e \left(\frac{e B R}{m_e} \right)^2$$

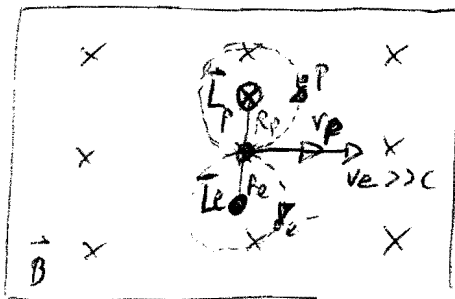
$$\left[\frac{E_{Cp}}{E_{Ce}} = \frac{\frac{e^2 B^2 R^2}{2 m_p}}{\frac{e^2 B^2 R^2}{2 m_e}} = \frac{m_e}{m_p} \right]$$

$$\frac{E_{Cp}}{E_{Ce}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{1,7 \cdot 10^{-27}} = 5,4 \cdot 10^{-4}$$

AUNQUE EL CÁLCULO
CARECE DE SENTIDO
POR LA VIOLACIÓN
RELATIVISTA DEL e^-

EN CUANTO AL MOMENTO ANGULAR (DIRECC Y SENTIDO):

TB. Absort.
(a)



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

DIRECC. PERPENDICULAR A LA
TRAJECTORIA Y SENTIDO (+) PARA e^-
Y (-) PARA p^+ .

$$L_p = m_p R v_p = m_p \left(\frac{m_p v_p}{e B} \right) v_p = \frac{m_p^2 v_p^2}{e B}$$

$$L_e = m_e R v_e = m_e \left(\frac{m_e v_e}{e B} \right) v_e = \frac{m_e^2 v_e^2}{e B}$$

$$\Rightarrow \frac{L_p}{L_e} = \frac{m_p^2 v_p^2}{m_e^2 v_e^2} = \frac{p_p^2}{p_e^2}$$

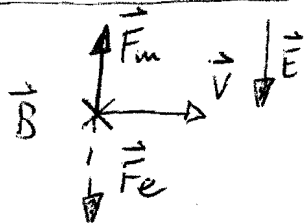
AMBOS TIENEN EL MISMO $|\vec{L}|$.

$$\frac{L_p}{L_e} = \frac{m_p^2 \left(\frac{e B R}{m_p} \right)^2}{m_e^2 \left(\frac{e B R}{m_e} \right)^2} = 1$$

d)

UN MRU SE CARACTERIZA POR $\vec{R} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$ (1ª Ley Newton)

Protón:

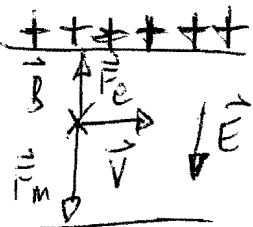


$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_e = -\vec{F}_m \Rightarrow \boxed{F_e = F_m}$$

$$\phi E = \phi v B \text{ según } \vec{v} \perp \vec{B}$$

$$\boxed{E = v B}$$

Electrón:



(61)

Protón $E = v_p B = 3,53 \cdot 10^7 \cdot 0,75 = 2,65 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

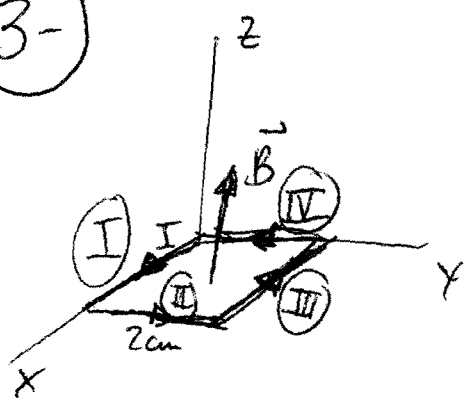
ELECT. $E = v_e B = 6,59 \cdot 10^{10} \cdot 0,75 = 4,94 \cdot 10^{10} \text{ N/C}$

(62)

Protón $E = v_p B = 4,71 \cdot 10^7 \cdot 0,15 = 2,36 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

ELECT. $E = v_e B = 8,79 \cdot 10^{10} \cdot 0,15 = 4,10 \cdot 10^{10} \text{ N/C}$

3-



PARA UNA CORRIENTE LINEAL SUMERGIDA EN UN CAMPO UNIFORME, LA FUERZA MAGNÉTICA ES:

$$\vec{F} = I (\vec{L} \times \vec{B})$$

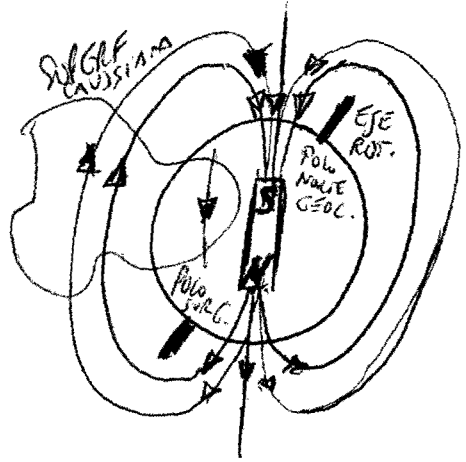
Dividimos en cada tramo:

$\vec{B} = 0,5 \hat{k} \text{ T}$
 $I = 1 \text{ A}$
 $\vec{L}_I = 2 \cdot 10^{-2} \hat{i} \text{ m}$
 $\vec{L}_{II} = 2 \cdot 10^{-2} \hat{j} \text{ m}$
 $\vec{L}_{III} = -2 \cdot 10^{-2} \hat{i} \text{ m}$
 $\vec{L}_{IV} = -2 \cdot 10^{-2} \hat{j} \text{ m}$

(I) $\vec{F}_I = 1 \cdot (2 \cdot 10^{-2} \hat{i} \times 0,5 \hat{k}) = -10^{-2} \hat{j} \text{ N}$
 (II) $\vec{F}_{II} = 1 \cdot (2 \cdot 10^{-2} \hat{j} \times 0,5 \hat{k}) = 10^{-2} \hat{i} \text{ N}$
 (III) $\vec{F}_{III} = 1 \cdot (-2 \cdot 10^{-2} \hat{i} \times 0,5 \hat{k}) = 10^{-2} \hat{j} \text{ N}$
 (IV) $\vec{F}_{IV} = 1 \cdot (-2 \cdot 10^{-2} \hat{j} \times 0,5 \hat{k}) = -10^{-2} \hat{i} \text{ N}$
 $\vec{R} = \vec{F}_I + \vec{F}_{II} + \vec{F}_{III} + \vec{F}_{IV} = \vec{0}$

4-

LA TIERRA SE COMPORTA COMO UN GRAN IMÁN DE BARRA, ORIENTADO SEGÚN LA FIGURA:



DE ACUERDO CON EL TE DE GAUSS, EL FLUJO MAGNÉTICO QUE ATRAVIESA UNA SUPERFICIE CERRADA SERÁ NULO, YA QUE TODAS LAS LÍNEAS ENTRARÁN Y SALDRÁN DE CUALQUIER SUPERFICIE DEBIDO A LA INEXISTENCIA DE MONOPOLOS MAGNÉTICOS.

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

• LÍNEAS DE CAMPO CERRADAS
 • NO EXISTE MONOPOLOS MAGN.

• NO SE PUEDE APLICAR EL TE DE GAUSS PARA CUALQUIER CAMPO \vec{B} .