

Nombre:

Apellidos:

1. La fuerza magnética que sufre una carga eléctrica ( $q$ ) en el interior de un campo magnético ( $\mathbf{B}$ ), viene determinada por la ley de Lorentz:  $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$  (3p)
  - a) Analiza ayudándote de un gráfico, según las propiedades de esta operación: el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que sufre la partícula en los siguientes casos:
    - i. Un neutrón con velocidad  $v$  que forma  $65^\circ$  con el campo.
    - ii. Un electrón con velocidad  $v$  perpendicular al campo.
    - iii. Un protón con velocidad paralela al campo pero en sentido contrario.
  - b) Comprueba, mediante un análisis dimensional, si es factible sumar  $q (\vec{v} \times \vec{B}) + q\vec{E}$ . ¿Es posible medir la razón del campo eléctrico sobre el campo magnético en km/h? Razona la respuesta.
  - c) Una partícula de carga eléctrica  $q = -3e$  que se desplaza a una velocidad constante de  $7000 \text{ ms}^{-1}$  en la dirección resultante de sumar los vectores unitarios  $3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ , se ve sometida a un campo magnético  $\mathbf{B} = -300 \mathbf{k} \text{ nT}$ . Calcula el vector fuerza magnética y su módulo.  
*Dato: valor absoluto de la carga del electrón  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$*
  
2. La fuerza gravitatoria que sufre la Tierra causada por el Sol viene determinada por la Ley de Gravitación Universal. Sabiendo que la órbita terrestre es elíptica, y que el Sol está situado en uno de los focos de la elipse, razona si los valores de las siguientes magnitudes son nulos, constantes o variables con el tiempo: (3p)
  - a) El momento de la fuerza que sufre la Tierra desde el Sol.
  - b) Las componentes intrínsecas de la aceleración de la Tierra.
  - c) El momento angular que sufre la Tierra desde el Sol.
  
3. La fuerza que actúa sobre un móvil de 5 kg viene determinada por la siguiente, expresión en unidades SI:  $\vec{F}(t) = -2t\hat{i} + 4\hat{k}$ ; calcula: (4p)
  - a) La expresión de la cantidad de movimiento en función del tiempo sabiendo que la velocidad inicial del móvil era  $\vec{v}(0) = (\hat{i} - 3\hat{k}) \text{ ms}^{-1}$ .
  - b) El ángulo que forman entre sí los vectores  $\vec{p}(1)$  y  $\vec{p}(2)$ .
  - c) El valor del momento cinético, medido desde el origen, en el instante  $t = 3 \text{ s}$ . (La posición inicial del móvil era el origen de coordenadas).
  - d) El trabajo que realiza la fuerza que actúa sobre el móvil entre los instantes 1 a 3 s.

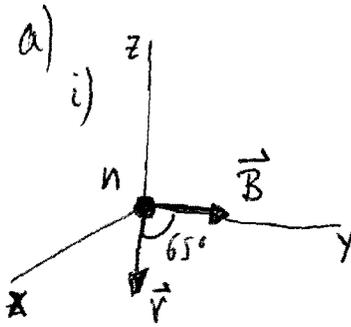
1

LEY DE LORENTZ

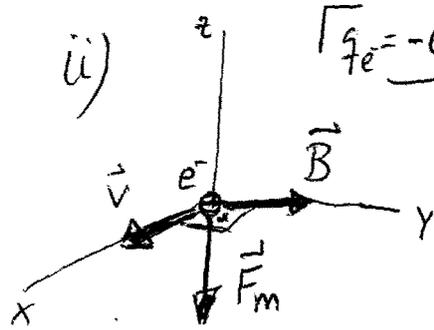
$$\vec{F}_m = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

MÓDULO  $\Rightarrow$

$$F_m = |q| v B \text{ Sen } \alpha$$



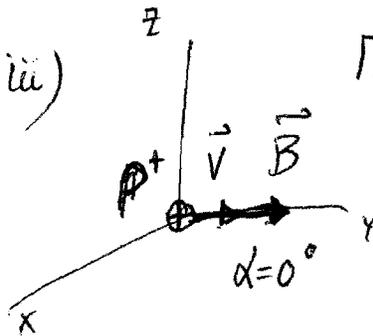
$$F_m = 0 \text{ N ya que } |q_n| = 0$$



$$|q_{e^-}| = -e \Rightarrow F_m = e v B \text{ Sen } 90^\circ = e v B$$

• DIRECCIÓN  $\Rightarrow$  PERPENDICULAR AL PLANO QUE DEFINEN  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ .

• SENTIDO  $\Rightarrow$  NEGATIVO (SEGUN LA REGLA DE LA MANO IZQ. DEBERIA SER POSITIVO, PERO LA CARGA DEL  $e^-$  ES NEGATIVA!!)



$$|q_{p^+}| = +e \Rightarrow F_m = e v B \text{ Sen } 0^\circ = 0 \text{ N}$$

b) PRIMERO ANALIZAMOS B  $\Rightarrow$

$$B = \frac{F_m}{|q| v \text{ Sen } \alpha}$$

$$[F_m] = \text{MLT}^{-2}$$

$$[q] = \text{I} \cdot \text{T}$$

$$[v] = \text{L} \cdot \text{T}^{-1}$$

$$[\text{Sen}] = 1$$

$$[B] = \frac{\text{MLT}^{-2}}{\text{I} \cdot \text{T} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-1}} = \text{MI}^{-1} \text{T}^{-2}$$

TAMBIÉN ANALIZAMOS

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

$$\Rightarrow [E] = \frac{\text{MLT}^{-2}}{\text{I} \cdot \text{T}} = \text{MLI}^{-1} \text{T}^{-3}$$

• LA EXPRESIÓN  $q(\vec{v} \times \vec{B}) + q(\vec{E})$  SE PUEDE SUMAR, SE TRATA DE UNA FUERZA RESULTANTE, DEBIDO A QUE LA DIMENSIONALIDAD DE AMBOS SUMANDOS ES  $\text{MLT}^{-2}$  Y SU CARÁCTER VECTORIAL.

• LA RAZÓN  $[\vec{E}/\vec{B}] = \frac{\text{MLI}^{-1} \text{T}^{-3}}{\text{MI}^{-1} \text{T}^{-2}} = \text{LT}^{-1}$  SE TRATA DE UNA VELOCIDAD (CUYAS UNIDADES PUEDEN EXPRESARSE EN  $\text{km/h}$  AUNQUE EN SI SE TRATA DE UN VECTOR)

c)  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$   
 $q = -3e = -4,8 \cdot 10^{-19} C$

PREPARAMOS LOS DATOS:

$\vec{v} = \begin{cases} v = 7000 \text{ m/s} \\ \text{Dir. } 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} = (3, -1, 2) \\ \hat{u}_v = \frac{(3, -1, 2)}{\sqrt{14}} \end{cases}$

$\Rightarrow \vec{v} = v \hat{u}_v = \frac{7000 \cdot \sqrt{14}}{14} (3, -1, 2) = 500\sqrt{14} (3, -1, 2) \text{ m/s}$

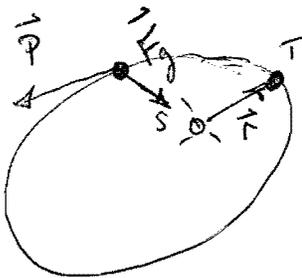
$\vec{B} = -300 \text{ AT } \hat{k} = -300 \cdot 10^{-9} T \hat{k} = -3 \cdot 10^{-7} T \hat{k}$

Aplicamos la ley de Lorentz:  $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$

$\vec{F}_m = (-4,8 \cdot 10^{-19}) \cdot 500\sqrt{14} \cdot (-3 \cdot 10^{-7}) \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-2,7 \cdot 10^{-22} \hat{i} - 8,1 \cdot 10^{-22} \hat{j}) N$

El módulo:  $|\vec{F}_m| = 8,5 \cdot 10^{-22} N$

2-



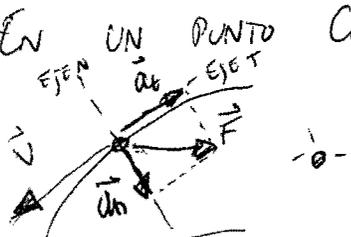
SABEMOS QUE LA FUERZA GRAVITATORIA ES CENTRAL

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL  $\vec{F}_g = - \frac{GM_s M_T}{r^2} \hat{u}_r$

a) El momento de la fuerza gravitatoria es NULO.

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_g = \vec{0}$  debido a que  $\vec{r}$  y  $\vec{F}_g$  SIEMPRE TIENEN LA MISMA DIRECCIÓN

b) EN UN PUNTO CUALQUIERA DE LA TRAYECTORIA:



- LA ACELERACIÓN TIENE LA MISMA DIRECCIÓN Y SENTIDO QUE LA FUERZA: 2ª LEY NEWTON  $\Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$
- AL TRATARSE DE UNA ÓRBITA ELÍPTICA, LAS COMPONENTES VAN CAMBIANDO AMBAS CON EL TIEMPO, AL CAMBIAR EL RADIO DE CURVATURA Y LA VELOCIDAD.

$\vec{a}_n = -\frac{v^2}{\rho} \hat{u}_n$   
 $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \hat{u}_t$

c) PODRÍA PARECER QUE

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

NO SE MANTENGA CONSTANTE, YA

QUE  $\vec{r}$  y  $\vec{p}$  CAMBIAN CON EL TIEMPO, PERO:

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \Rightarrow \vec{L} = cte$  (since  $\vec{M} = 0$ )

TEOREMA DE CONS. DE  $\vec{L}$ :

3

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$\vec{F}(t) = (-2t\hat{i} + 4\hat{k}) \text{ N}$$

a) SEGÚN LA 2ª LEY DE NEWTON:  $\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}} \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$

$$\int_{\vec{p}(0)}^{\vec{p}(t)} d\vec{p} = \int_{t_0=0}^t \vec{F} \cdot dt \Rightarrow \vec{p}(t) - \vec{p}(0) = \int_0^t (-2t\hat{i} + 4\hat{k}) dt$$

LA VELOCIDAD INICIAL

$$\vec{v}(0) = (\hat{i} - 3\hat{k}) \text{ m/s} \Rightarrow \vec{p}(0) = m\vec{v}(0) = (5\hat{i} - 15\hat{k}) \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$\vec{p}(t) = \vec{p}(0) + (-t^2\hat{i} + 4t\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{p}(t) = [(5-t^2)\hat{i} + (4t-15)\hat{k}] \text{ kg}\cdot\text{m/s}}$$

b)  $\vec{p}(1) = (4\hat{i} - 11\hat{k}) \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

$$\vec{p}(2) = (\hat{i} - 7\hat{k}) \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

EL PRODUCTO ESCALAR:

$$\vec{p}(1) \cdot \vec{p}(2) = p(1) \cdot p(2) \cdot \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{p}(1) \cdot \vec{p}(2)}{p(1) \cdot p(2)} = \frac{4 + 77}{\sqrt{137} \cdot \sqrt{50}} = 0,98 \Rightarrow \boxed{\theta = 13,2^\circ}$$

c)  $\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}} \Rightarrow \vec{L}(3) = \vec{r}(3) \times \vec{p}(3)$

PRIMERO NECESITAMOS LA VELOCIDAD:

$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{1}{m} \vec{p} = \left[ \left(1 - \frac{1}{5}t^2\right)\hat{i} + \left(\frac{4}{5}t - 3\right)\hat{k} \right] \text{ m/s}$$

AHORA DEDUCAMOS LA EC. DE MOVIMIENTO:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t \left[ \left(1 - \frac{1}{5}t^2\right)\hat{i} + \left(\frac{4}{5}t - 3\right)\hat{k} \right] \cdot dt$$

Tomamos  $\vec{r}_0 = (0, 0, 0)$

$$\vec{r}(t) = \left[ \left(t - \frac{1}{15}t^3\right)\hat{i} + \left(\frac{2}{5}t^2 - 3t\right)\hat{k} \right] \text{ m}$$

Sustituimos a los 3s:

$$\vec{r}(3) = \left( \frac{6}{5}\hat{i} - \frac{27}{5}\hat{k} \right) \text{ m} ; \vec{p}(3) = (-4\hat{i} - 3\hat{k}) \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$\vec{L}(3) = \vec{r}(3) \times \vec{p}(3) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 6/5 & 0 & -27/5 \\ -4 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \frac{108}{5} \hat{j} + \frac{18}{5} \hat{j} = \frac{126}{5} \hat{j}$$

$$\boxed{\vec{L}(3) = 25,2 \hat{j} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}}$$

d) DEFINICIÓN DE TRABAJO:  $\left[ W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt \right]$  HACEMOS UN CAMBIO DE VARIABLE  
 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt$

$$\begin{aligned} W_{1-3} &= \int_1^3 \left[ (2t \hat{i} + 4 \hat{k}) \right] \cdot \left[ \left( 1 - \frac{1}{5} t^2 \right) \hat{i} + \left( \frac{4}{5} t - 3 \right) \hat{k} \right] \cdot dt = \\ &= \int_1^3 \left[ (-2t + \frac{2}{5} t^3) + \left( \frac{16}{5} t - 12 \right) \right] \cdot dt = \int_1^3 \left( \frac{2}{5} t^3 + \frac{6}{5} t - 12 \right) dt = \\ &= \left( \frac{1}{10} t^4 + \frac{3}{5} t^2 - 12t \right) \Big|_1^3 = \left( \frac{81}{10} + \frac{27}{5} - 36 \right) - \left( \frac{1}{10} + \frac{3}{5} - 12 \right) = \boxed{-11,2 \text{ J}} \end{aligned}$$

TAMBIÉN SE PUEDE UTILIZAR EL TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS:

$$\boxed{W = \Delta E_c} \Rightarrow W_{1-3} = E_c(3) - E_c(1) = 2,5 - 13,7 = \boxed{-11,2 \text{ J}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_c(3) = \frac{5}{2} \left[ \left( 1 - \frac{9}{5} \right)^2 + \left( \frac{12}{5} - 3 \right)^2 \right] = 2,5 \text{ J}$$

$$E_c(1) = \frac{5}{2} \left[ \left( 1 - \frac{1}{5} \right)^2 + \left( \frac{4}{5} - 3 \right)^2 \right] = 13,7 \text{ J}$$