EXAMEN PARCIAL II DE FÍSICA **2º BACHILLERATO (G1)**

1ª EVALUACIÓN

Nombre:

Apellidos:

---

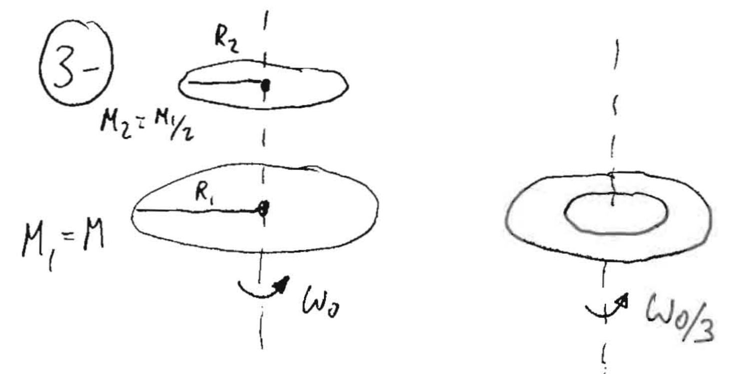
1. Un disco de masa M y radio R se encuentra girando a velocidad angular constante ω_o. Si se le acopla coaxialmente un segundo disco (que inicialmente estaba en reposo) de masa M/3, el sistema acaba girando con una velocidad angular $\omega_o/2$, calcula: **(3p)**
   a) El radio R_2 del segundo disco en función de R.
   b) ¿Cuál será el incremento de energía cinética de rotación del proceso?

2. Define el concepto de campo conservativo y explica qué condiciones debe cumplir. **(3p)**

3. Un planeta orbita alrededor de una estrella de masa M. La masa del planeta es $m = 10^{24}$ kg y su órbita es circular de radio $r = 10^8$ km y periodo T = 3 años terrestres. Determina: **(4p)**
   a) La masa M de la estrella.
   b) La energía mecánica del planeta.
   c) El módulo, dirección y sentido del momento angular del planeta respecto al centro de la estrella. *Ayúdate de un diagrama.*
   d) La velocidad angular de un segundo planeta que describiese una órbita circular de radio igual a 2 r alrededor de la estrella.

   Datos: Constante de Gravitación Universal $G= 6{,}67\times10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
   Considera 1 año terrestre = 365 días

3-



SITUACIÓN INICIAL

SITUACIÓN FINAL

AL NO EXISTIR MOMENTOS DE FUERZA EXTERNOS:

$$\boxed{\vec{L} = \vec{cte}}$$

$$\boxed{L = I \cdot \omega}$$ EL MOMENTO CINÉTICO EN ROTACIÓN

(G1) a) $L_0 = L_f$

$$I_1 \omega_0 = (I_1 + I_2)\,\omega_0/3$$

$I_1 = \frac{1}{2} M R_1^2$

$I_2 = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{M}{2}\right) R_2^2$

$$\frac{1}{2} M R_1^2 \cancel{\omega_0} = \left(\frac{1}{2} M R_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M R_2^2\right) \cancel{\omega_0}/3$$

$$3 \cdot \cancel{\frac{1}{2} M} R_1^2 = \cancel{\frac{1}{2} M}\left(R_1^2 + \frac{1}{2} R_2^2\right) \Rightarrow 3R_1^2 - R_1^2 = \frac{1}{2} R_2^2$$

$$\boxed{R_2 = 2R_1} \Leftarrow R_2^2 = 4R_1^2$$

(G2)

$\omega_f = \frac{\omega_0}{2}$

$M_2 = M/3$

$$I_1 \cancel{\omega_0} = (I_1 + I_2)\,\cancel{\omega_0}/2$$

$$2\left(\cancel{\frac{1}{2}} M R_1^2\right) = \left(\cancel{\frac{1}{2}} M R_1^2 + \cancel{\frac{1}{2}}\left(\frac{M}{3}\right) R_2^2\right)$$

$$2R_1^2 = R_1^2 + \frac{1}{3} R_2^2 \Rightarrow \frac{1}{3} R_2^2 = R_1^2 \Rightarrow R_2^2 = 3R_1^2$$

$$\boxed{R_2 = \sqrt{3}\, R_1}$$

(G1) b) $\Delta E_{C_R} = E_{C_{R_f}} - E_{C_{R_0}} = -\frac{1}{2} I_1 \omega_0^2 + \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_f^2 =$

$$\boxed{E_{C_R} = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{1}{2} M R_1^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} M R_1^2 + \frac{1}{2}\frac{M}{2} 4R_1^2\right)\frac{\omega_0^2}{9} =$$

$(1 + 1/2)$

$$= \frac{1}{4} M R_1^2 \omega_0^2 \left(-1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{9}\right) = \frac{1}{4} M_1 R_1^2 \omega_0^2 \left(-\frac{2}{3}\right) = \boxed{-\frac{1}{6} M_1 R_1^2 \omega_0^2}$$

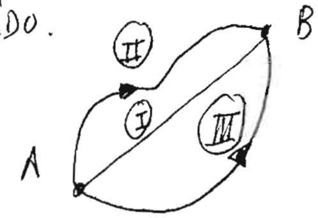
(G2) b) $\Delta E_{C_R} = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_f^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} M R_1^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{M}{3}\right)(\sqrt{3} R_1)^2\right)\left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_0^2$

$(1 + 1)$

$$= \frac{1}{4} M R_1^2 \omega_0^2 \left(2 \cdot \frac{1}{4} - 1\right) = \boxed{-\frac{1}{8} M R_1^2 \omega_0^2}$$

Cuestiones

1- Un campo conservativo es aquel en el que el trabajo realizado por las fuerzas del campo para trasladar una partícula de un punto "A" a otro "B", depende de los puntos inicial y final, pero no del camino seguido.



$$\boxed{W_{I} = W_{II} = W_{III} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}}$$

Propiedades:

i) El trabajo que realiza el campo en una trayectoria cerrada es nulo. $\boxed{W = \oint \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0}$

$$W_{AA} = \int_A^A \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_B^A \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} - \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \boxed{0}$$

ii) El trabajo que realiza el campo puede expresarse como la variación de una magnitud escalar, llamada energía potencial, entre los puntos inicial y final. La energía potencial es la forma de almacenar el trabajo realizado en contra del campo.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\Delta E_p = \boxed{E_{p_A} - E_{p_B}}$$

iii) Si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, entonces su energía mecánica se mantiene constante.

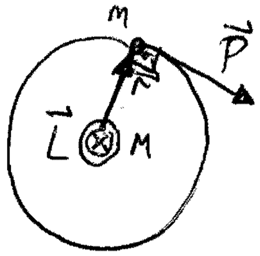
Utilizando el T^a de las fuerzas vivas: $\begin{cases} W_{AB} = -\Delta E_p \\ W_{AB} = \Delta E_c \end{cases} \Rightarrow -\Delta E_p = \Delta E_c \Rightarrow E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$

$$\boxed{\Delta E_m = 0}$$

La gravedad es un campo conservativo porque podemos definir una energía potencial gravitatoria:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = \int_A^B -\frac{GMm}{r^2}\,\underbrace{\hat{u}_r \cdot d\vec{r}}_{\overrightarrow{dr}} = -GMm\int_A^B \frac{1}{r_m^2}\,dr = -\frac{GMm}{r_A} - \left(-\frac{GMm}{r_B}\right) = -\Delta E_p$$

3-



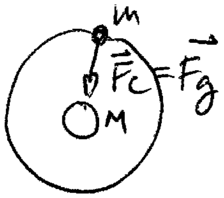
$m = 10^{24}\ Kg$

$r = 10^{8}\ Km = 10^{11}\ m$

$T = 3$ años terrestres $\cdot 365 \frac{d}{a} \cdot 24 \frac{h}{d} \cdot 3600 \frac{s}{h} = \overline{\underline{9{,}46 \cdot 10^{7}\ s}}$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

a) SEGÚN LA 3ª LEY DE KEPLER: $\boxed{T^2 = K r^3}$



$\longrightarrow F_c = F_g$

$\frac{\cancel{m} v^2}{\cancel{r}} = \frac{GM\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}$ $\Rightarrow$ VELOC. ORBITAL $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

EN UN MCU: $T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{GM/r}$

SE PUEDE DESPEJAR LA MASA DE LA ESTRELLA

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{r^3}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (10^{11})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (9{,}46 \cdot 10^{7})^2}$$

$$\boxed{M = 6{,}61 \cdot 10^{28}\ Kg}$$

b) LA ENERGÍA MECÁNICA: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r}$

$$E_m = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{r}}\right)^{\cancel{2}} - \frac{GMm}{r} = \boxed{-\frac{1}{2} \frac{GMm}{r}}$$

$$E_m = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}61 \cdot 10^{28} \cdot 10^{24}}{2 \cdot 10^{11}} = \boxed{-2{,}21 \cdot 10^{31}\ J}$$

c) EL MOMENTO ANGULAR SE DEFINE: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{L}$ {
- DIR: PERPEND. AL PLANO EN EL QUE ESTÁN INSCRITOS $\vec{r}$ y $\vec{p}$. (PLANO ORBITAL)
- SENT: REGLA MANO IZQ. (VER DIAGRAMA)
- MÓDULO: $L = m r v \cancel{\operatorname{sen} 90°}^{\,1} = 10^{24} \cdot 10^{11} \cdot \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}61 \cdot 10^{28}}{10^{11}}}$

$$\boxed{L = 6{,}64 \cdot 10^{38}\ Kg \cdot m^2/s}$$

$$\boxed{v = 6{,}64 \cdot 10^{3}\ m/s}$$

d) LA VELOCIDAD ANGULAR EN UN MCU:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

3ª LEY KEPLER $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \cdot r^3 \rightarrow \frac{\cancel{4\pi^2}}{\omega^2} = \frac{\cancel{4\pi^2}}{GM} \cdot r^3 \rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}}$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}61 \cdot 10^{28}}{(2 \cdot 10^{11})^3}} = \boxed{2{,}35 \cdot 10^{-8}\ \text{rad/s}}$$

NOTA A LA CORRECCIÓN:

→ EN EL PRIMER EJERCICIO HAY QUE MIRAR LOS RESULTADOS DEL G2.