

Nombre:

Apellidos:

1. Enuncia y demuestra el Teorema del Momento cinético. ¿Bajo qué condiciones se conserva el momento angular? (3p)
2. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula que se encuentra en reposo y la desplaza, desde un punto *A* hasta otro punto *B*, realizando un cambio en su velocidad de 50 m/s. (3p)
 - a) Si la partícula tiene una masa de 100 g, determina la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento.
 - b) ¿Cuál será la variación de su energía mecánica? ¿Y si hubiese ido por otra trayectoria diferente desde *A* hasta *B*?
 - c) ¿Puedes determinar el valor de su energía potencial en *A*? ¿Por qué?
3. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita, la energía mecánica del satélite es $-4,5 \cdot 10^9$ J y su velocidad es 7610 ms^{-1} .
Calcula: (4p)
 - a) El módulo, dirección y sentido del momento lineal del satélite
 - b) El módulo, dirección y sentido del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. *Ayúdate de un gráfico para los apartados a y b.*
 - c) El periodo de la órbita.
 - d) La altura a la que se encuentra el satélite.

*Datos: Constante de gravitación universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.
Masa de la Tierra: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.
Radio de la Tierra: $R_T = 6370 \text{ km}$.*

G1
Y
G2

(2-)

TEOREMA DEL MOMENTO CINÉTICO:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

EL CAMBIO INSTANTÁNEO DEL MOMENTO CINÉTICO CON RESPECTO AL TIEMPO ES IGUAL AL MOMENTO DE LA FUERZA.

DEMOSTRACIÓN:

$$\begin{aligned} \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} &\Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p})} = \overset{\substack{\uparrow \\ \text{VELOCIDAD} \\ \text{INSTANTÁNEA}}}{\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)} \times \vec{p} + \vec{r} \times \overset{\substack{\uparrow \\ \text{2ª LEY NEWTON}}}{\left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)} = \\ &= \cancel{\vec{v} \times m\vec{v}} + \vec{r} \times \vec{F} = \boxed{\vec{M}} \\ &\quad \Delta \vec{0} \text{ (p q } \vec{v} \parallel \vec{p}) \end{aligned}$$

COMO COROLARIO DE ESTE TEOREMA, APARECE OTRO TEOREMA LLAMADO TA DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO CINÉTICO (O ANGULAR):

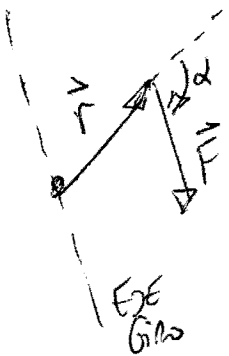
$$\boxed{\text{Si } \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{cte}}$$

SI EL MOMENTO DE LA FUERZA QUE ACTÚA SOBRE UN CUERPO ES NULO, ÉSTE CONSERVA SU MOMENTO ANGULAR.

DEMOSTRACIÓN:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{cte}$$

¿Cuándo se conserva el momento angular?

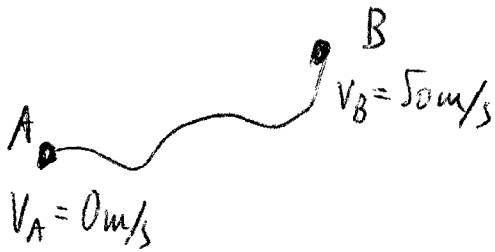


$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0} \text{ si}$$

$$\text{El módulo } M = r F \sin \alpha$$

- $r = 0$ (LA FUERZA SE APLICA SOBRE EL EJE DE GIRO)
- $F = 0$ (NO HAY FUERZA)
- $\sin \alpha = 0$ (LA FUERZA SE APLICA PARALELAMENTE AL VECTOR DE POSICIÓN DEL PUNTO DE APLICACIÓN).

2-



$$m = 100g = 0,1 \text{ kg}$$

a) SE TRATA DE UN CAMPO CONSERVATIVO, AHI QUE SE CUMPLE EL TA DE CONSERVACION DE LA ENERGIA MECANICA:

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow -\Delta E_p = \Delta E_c$$

$$\Delta E_p = -\Delta E_c = \cancel{E_{c0}} - E_{cf} = -\frac{1}{2} m v_B^2 = -\frac{1}{2} 0,1 \cdot 50^2$$

$$\boxed{\Delta E_p = -125 \text{ J}}$$

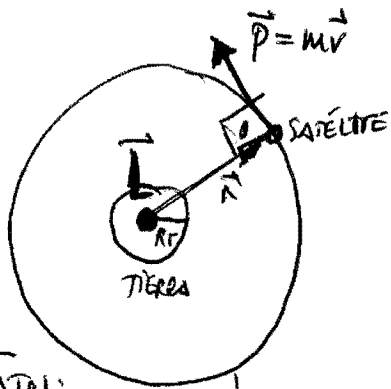
b) $\boxed{\Delta E_m = 0}$ LA MISMA, PUES SE TRATA DE UN CAMPO CONSERVATIVO.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \boxed{-\Delta E_p}$$

EL TRABAJO NO DEPENDE DEL CAMINO SEGUIDO

c) No, PORQUE DESCONOCEMOS DUNDE ESTA EL ORIGEN DE ENERGIAS POTENCIALES, SOLO PODEMOS CALCULAR SU INCREMENTO COMO EL TRABAJO QUE REALIZADO POR UN FUERZA DEL CAMPO ES NEGATIVO.

3-



a) EL MOMENTO LINEAL SE DEFINE:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

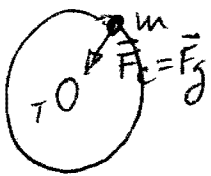
- DIR: TANGENTE A LA TRAYECTORIA.
- SENT: ARBITRARIO (ANTIHORARIO)
- MÓDULO:

$$p = m v = 155 \cdot 7610 = 1,18 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

DATOS:
 $V = 7610 \text{ m/s}$
 $E_m = -4,5 \cdot 10^9 \text{ J}$
 G, M_T, R_T

CÁLCULO DE LA MASA DEL SATELITE (m):

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{G M m}{r} = \frac{1}{2} \frac{G M_T m}{r} - \frac{G M_T m}{r}$$



PARA MCU, LA VELOCIDAD ORBITAL

$$\vec{F}_c = \vec{F}_g$$

$$F_c = F_g$$

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{G M_T m}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$$

$$E_m = -\frac{1}{2} \frac{G M_T m}{r}$$

$$m = -\frac{2 E_m \cdot r}{G M_T}$$

$$r = \frac{G M_T}{v^2}$$

$$m = -\frac{2 E_m \cdot G M_T}{G M_T \cdot v^2} = -\frac{2 E_m}{v^2}$$

LA MASA DEL SATELITE: $m = -\frac{2 \cdot (-4,5 \cdot 10^9)}{7610^2} = 155 \text{ kg}$

b) EL MOMENTO ANGULAR SE DEFINE: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

\vec{L} • DIR: PERPENDICULAR AL PLANO EN EL QUE ESTÁN INSCRITOS \vec{r} Y \vec{p} , ES DECIR, PERPEND. AL PLANO ORBITAL.

• SENTIDO: DETERMINADO POR REGLA MANO IZQ. (VER DIAGRAMA)

• MÓDULO: $L = m r v \sin 90^\circ = r \cdot p = 6,89 \cdot 10^6 \cdot 1,18 \cdot 10^6 = 8,13 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

CÁLCULO DE LA DISTANCIA ORBITAL (r) $\rightarrow r = \frac{G M_T}{v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{7610^2}$

$$r = 6,89 \cdot 10^6 \text{ m}$$

c) EL PERÍODO ORBITAL PARA UNA ÓRBITA CIRCULAR:
(TIEMPO DE RECORRER UNA ÓRBITA COMPLETA):

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 6,89 \cdot 10^6}{7060} = 5,69 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$\boxed{T = 1,58 \text{ h}}$$

d) LA ALTURA ORBITAL: $r = R_T + h \Rightarrow \boxed{h = r - R_T}$

$$h = 6,86 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 5,20 \cdot 10^3 \text{ m} = \underline{\underline{520 \text{ km}}}$$