EXAMEN PARCIAL II DE FÍSICA **2º BACHILLERATO**

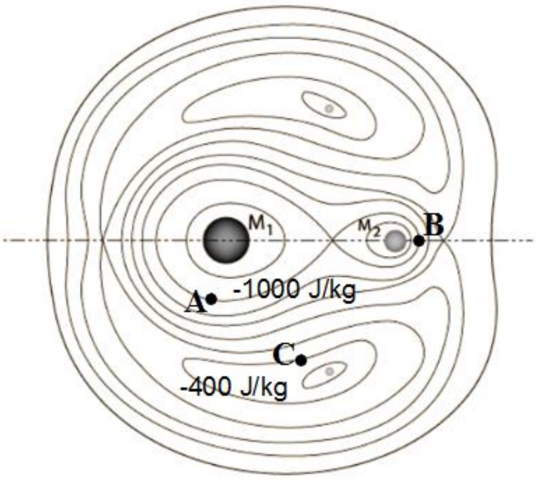
1ª EVALUACIÓN

Nombre:

Apellidos:

1. ¿Qué es un campo conservativo? ¿Cuáles son las condiciones matemáticas que cumplen? **(2p)**

2. ¿Por qué se conserva el momento cinético de los planetas sobre el Sol? ¿Qué consecuencias tiene en las leyes de movimiento planetarias? **(2p)**



3. El diagrama de la izquierda corresponde a las superficies equipotenciales de un sistema formado por las masas M_1 y M_2. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones: **(2p)**

a) ¿Existe algún punto en el que se anule la intensidad de campo gravitatorio? ¿Y el potencial gravitatorio?

b) ¿Cuál es el trabajo realizado sobre una masa de 100 kg para ir desde A hasta B?

c) ¿Cuál es el incremento de energía cinética cuando la masa de 100 kg va desde C hasta A? ¿Qué deduces del signo de dicho incremento?

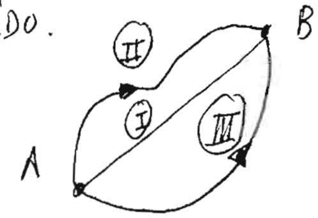
d) ¿Qué masa habría que desplazar desde A hasta el infinito para que el trabajo realizado sobre dicha masa coincidiese con el realizado sobre la masa de 100 kg para llevarla desde C hasta el infinito?

4. Una nave espacial de *400 kg* de masa describe una órbita circular de *500 km* de altura alrededor de un planeta. Sabiendo que la energía mecánica de la nave es $E_m = -7{,}12\times 10^9\ J$, determine: **(4p)**
   a) La masa del planeta.
   b) La velocidad angular de la nave en su órbita.
   c) El vector momento angular de la nave.
   d) La velocidad de escape desde la superficie del planeta.

   Dato: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6{,}67\times10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$; *Radio del planeta, R= 7200 km.*

CUESTIONES

1- Un campo conservativo es aquel en el que el trabajo realizado por las fuerzas del campo para trasladar una partícula de un punto "A" a otro "B", depende de los puntos inicial y final, pero no del camino seguido.



$$\boxed{W_{I} = W_{II} = W_{III} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}}$$

Propiedades:

i) El trabajo que realiza el campo en una trayectoria cerrada es nulo. $\boxed{W = \oint \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0}$

$$W_{AA} = \int_A^A \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_B^A \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} - \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \boxed{0}$$

ii) El trabajo que realiza el campo puede expresarse como la variación de una magnitud escalar, llamada energía potencial, entre los puntos inicial y final. La energía potencial es la forma de almacenar el trabajo realizado en contra del campo.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\Delta E_p = \boxed{E_{p_A} - E_{p_B}}$$

iii) Si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, entonces su energía mecánica se mantiene constante.

Utilizando el T^a de las fuerzas vivas:
$$\begin{cases} W_{AB} = -\Delta E_p \\ W_{AB} = \Delta E_c \end{cases} \Rightarrow -\Delta E_p = \Delta E_c \Rightarrow E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

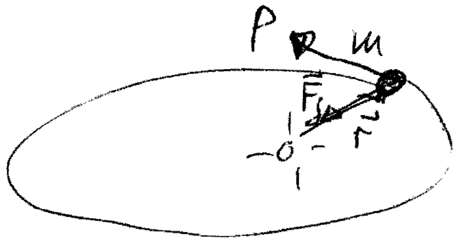
$$\boxed{\Delta E_m = 0}$$

La gravedad es un campo conservativo porque podemos definir una energía potencial gravitatoria:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = \int_A^B -\frac{GMm}{r^2}\,\underbrace{\hat{u}_r\cdot d\vec{r}}_{\overset{\rightarrow}{dr}} = -GMm\int_A^B \frac{1}{r_m^2}\,dr = -\frac{GMm}{r_A} - \left(-\frac{GMm}{r_B}\right) = -\Delta E_p$$

2-

AL TRATARSE DE UNA FUERZA CENTRAL, EL MOMENTO CINÉTICO PERMANECE CONSTANTE:



$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_g = \vec{r} \times \left(-\frac{GMm}{r^2}\right)\hat{u}_r = \vec{0}}$$

EL MOMENTO DE FUERZA GRAVITATORIA SE ANULA:

T^a MOM. CINÉTICO: $\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$ CON $\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$

Demo: $\boxed{\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\text{DEF. } \vec{v}} \times \vec{p} + \vec{r} \times \underbrace{\frac{d\vec{p}}{dt}}_{\text{2ª LEY NEWTON}} = \vec{r} \times \vec{F}}$

$\vec{0}\ (\vec{p} \parallel \vec{v})$

T^a CONSERVACIÓN $\vec{L}$: SI $\vec{M} = \vec{0}$ ENTONCES $\vec{L} = \vec{cte}$

Demo: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{L} = \vec{cte}}$

CONSECUENCIAS $\vec{L} = \vec{cte}$

- → 1ª LEY KEPLER: (PQ LA DIRECC. DE $\vec{L}$ SE MANTIENE CTE)
  (ENUNCIA)
  ↳ Demo
- → 2ª LEY KEPLER: (PQ EL MÓDULO DE $\vec{L}$ SE MANTIENE CTE)
  (ENUNCIA)
  ↳ Demo

3.-

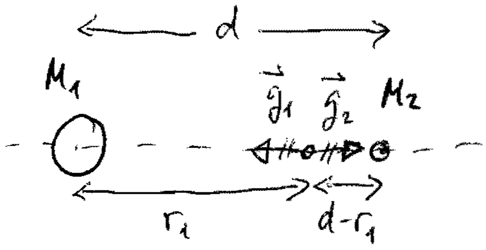
a) $$\boxed{\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\,\hat{u}_r}$$

SEGÚN EL Tª DE SUPERPOSICIÓN DE CAMPOS:

$$\boxed{\vec{g}_T = \vec{g}_1 + \vec{g}_2}$$

EL CAMPO TOTAL SE PUEDE ANULAR SI $\boxed{\vec{g}_1 = -\vec{g}_2}$

- MISMA DIR
- SENT. CONT.
- IGUAL MOD.



$$\Downarrow$$

$$\boxed{g_1 = g_2} \Rightarrow \frac{\cancel{G}M_1}{r_1^2} = \frac{\cancel{G}M_2}{(d-r_1)^2}$$

$$\boxed{M_1(d-r_1)^2 = M_2\,r_1^2}$$

EL CAMPO GRAVITATORIO SE ANULARÁ EN UNA POSICIÓN SITUADA ENTRE LOS CENTROS DE AMBAS MASAS, PERO MÁS CERCA DE M_2 QUE DE M_1; YA QUE $M_2 < M_1$. NO OCURRIRÁ LO MISMO CON EL POTEN.

$$\frac{W_{AB}}{m} = \int_A^B \vec{g}\cdot d\vec{r} = -\frac{GM}{r_A} - \left(-\frac{GM}{r_B}\right) \Rightarrow \boxed{V = -\frac{GM}{r}}$$

$\boxed{V_T = V_1 + V_2 < 0}$ ES NEGATIVO EN CUALQUIER PUNTO (SALVO SI $r \to \infty$)

b) $$W_{AB} = m\,(V_A - V_B) = \underline{0\ J}$$ A y B ESTÁN SOBRE UNA SUPERF. EQUIPOTENCIAL

$V_A = V_B = -1000\ J/Kg$

c) $$W_{CA} = m\,(V_C - V_A) = 100\cdot(-400 - (-1000)) = 6\cdot 10^4\ J$$

$m = 100\ Kg$
$V_A = -1000\ J/Kg$
$V_C = -400\ J/Kg$

SEGÚN EL Tª DE CONS. DE E_m $\Rightarrow$ $W_{CA} = \Delta E_c = 6\cdot 10^4\ J > 0$

EL TRABAJO LO REALIZA EL CAMPO Y SE INVIERTE EN AUMENT. LA E_c DE LA MASA.

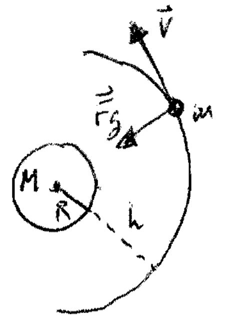
d) $$W_{A\infty} = m\,(V_A - \cancel{V_\infty}^{\,0}) = -10^3\,m\ J$$
$$W_{C\infty} = 100\cdot(V_c - \cancel{V_\infty}^{\,0}) = -4\cdot 10^4\ J$$

SI $W_{A\infty} = W_{C\infty}$

$$\Updownarrow$$

$$m = \frac{4\cdot 10^4}{10^3} = \boxed{40\ Kg}$$

4-



$m = 400\ kg$

$h = 500\ km$

$r = R + h = \underline{7{,}7 \cdot 10^6\ m}$

$R = 7200\ km$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

$E_m = -7{,}12 \cdot 10^9\ J$

a) LA ENERGÍA MECÁNICA DE LA NAVE:

$$\boxed{E_m = E_c + E_p}$$

LA FUERZA CENTRÍPETA DEL GIRO ES LA GRAVEDAD:

$$\vec{F}_c = \vec{F}_g \Rightarrow F_c = F_g \Rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{m}v^2}{\cancel{r}}$$

ASÍ QUE LA VELOCIDAD ORBITAL:

$$\boxed{V_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

POR TANTO LA EXPRESIÓN DE ENERGÍA MECÁNICA:

$$\boxed{E_{m_{orb}} = \frac{1}{2} m V_{orb}^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{r}}\right)^{\cancel{2}} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}}$$

DESPEJANDO LA MASA DEL PLANETA:

$$\boxed{M = -\frac{2E_m \cdot r}{G \cdot m}} \Rightarrow M = -\frac{2 \cdot (-7{,}12 \cdot 10^9) \cdot 7{,}7 \cdot 10^6}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 400}$$

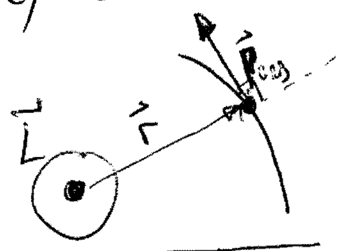
$$\boxed{M = 4{,}11 \cdot 10^{24}\ kg}$$

b) EN UN MCU, LA VELOCIDAD ANGULAR SE RELACIONA CON LA VELOCIDAD LINEAL:

$$\boxed{V = \omega \cdot r} \Rightarrow \omega = V/r = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{GM}{r}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{-\cancel{G} \cdot 2E_m \cdot \cancel{r}}{\cancel{G} \cdot m \cdot \cancel{r}}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{-2E_m}{m}}$$

$$\boxed{\omega = \frac{1}{7{,}7 \cdot 10^6}\sqrt{\frac{-2 \cdot (-7{,}12 \cdot 10^9)}{400}} = 7{,}75 \cdot 10^{-4}\ rad/s}$$

c) EL MOMENTO ANGULAR SE DEFINE: $\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$



ES UN VECTOR CON LAS SIGUIENTES CARACTERÍSTICAS

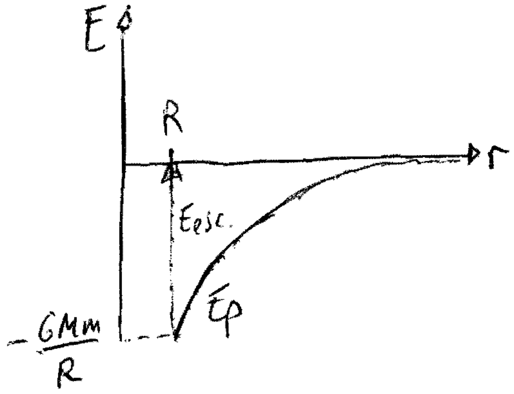
- MÓDULO: $L = m r v \operatorname{sen} 90°$

  $L = 400 \cdot 7{,}7 \cdot 10^6 \cdot 5{,}97 \cdot 10^3$

  $\boxed{L = 1{,}84 \cdot 10^{13}\ kg \cdot m^2/s}$
- DIRECCIÓN: PERPENDICULAR AL PLANO ORBITAL.
- SENTIDO: REGLA MANO DER (DIAGRAMA)

$$\boxed{V_{ORB} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 4{,}11 \cdot 10^{24}}{7{,}7 \cdot 10^6}} = 5{,}97 \cdot 10^3\ m/s}$$

d) LA VELOCIDAD DE ESCAPE, ES LA VELOCIDAD QUE HAY QUE INCULCAR A UN OBJETO PARA QUE ABANDONE EL CAMPO. ASÍ QUE:



$$E_m + E_{esc} = 0$$

$$-\frac{GM\cancel{m}}{R} + \frac{1}{2}\cancel{m}v_{esc}^2 = 0$$

$$\boxed{V_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}} \rightarrow V_{esc} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 4{,}11\cdot 10^{24}}{7{,}2\cdot 10^{6}}}$$

$$\boxed{V_{esc} = 8{,}73\ km/s}$$