EXAMEN PARCIAL II DE FÍSICA **2º BACHILLERATO**

1ª EVALUACIÓN

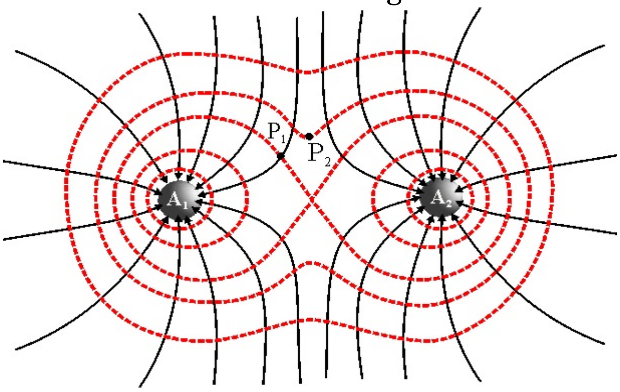
Nombre:

Apellidos:

---

1. **(3p)**
   a) Escribe y comenta la Ley de Gravitación Universal.
   b) A partir de dicha ley establece el concepto de energía potencial gravitatoria.
   c) Enuncia la primera Ley de Kepler y relaciónala con alguna característica de la LGU que haga que dicha ley se cumpla.

2. El diagrama de la izquierda corresponde a las superficies equipotenciales de un sistema formado por las estrellas gemelas A_1 y A_2 cuyos centros se encuentran separados por un millón de kilómetros. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones: **(3p)**



   a) ¿Existe algún punto en el que se anule la intensidad de campo gravitatorio? ¿Y el potencial gravitatorio?
   b) Sabiendo que el potencial en el punto P_1 es $V = -8{,}0\cdot10^{13}$ J/kg, ¿Qué masa tiene cada estrella?
   c) Si cada superficie equipotencial representada aumenta el valor del potencial al doble que la anterior, ¿cuál es el incremento de energía cinética cuando una masa de 1000 kg va desde P_2 hasta P_1? ¿Qué deduces del signo de dicho incremento?

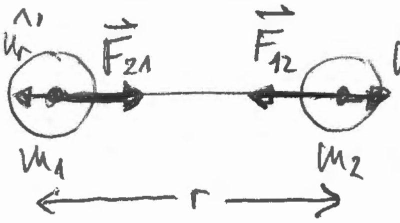
Dato: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

3. El satélite SMOS (*Soil Moisture and Ocean Salinity*) de masa m= 683 kg, se pretende colocar en una órbita circular (polar) a una altura h= 755 km sobre la superficie terrestre, determine: **(4p)**
   a) La variación que experimentará el peso del satélite en la órbita, respecto del que tiene en la superficie terrestre.
   b) La velocidad orbital del satélite y el número de veces que recorrerá la órbita cada día.
   c) La cantidad de energía neta que habrá que suministrarle para situarlo en la órbita.
   d) La velocidad de escape del satélite desde su órbita.

   Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; Radio de la Tierra, R_T= 6380 km; Masa de la Tierra, M_T= $5{,}97\times10^{24}$ kg.

1-

a) La ley de gravitación universal enunciada por Isaac Newton establece que: "Dos masas puntuales sufren una fuerza de atracción directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros". (Este enunciado también es válido para cuerpos esféricos con distrib. de masa homogénea)

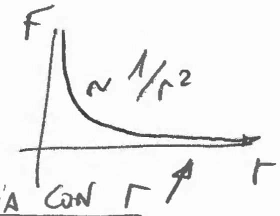


$$\boxed{\vec{F} = -\frac{G m_1 m_2}{r^2}\,\hat{u}_r}$$

con $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot Kg^{-2}$

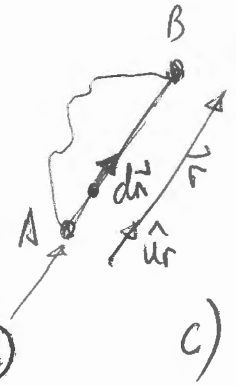
Características:

- La dirección de la fuerza es central. Lo que causa que las órbitas sean planas (como veremos en c)).
- El sentido de la fuerza siempre es atractivo.
- El alcance de la fuerza es infinito, debido a su dependencia con r



- La intensidad relativa de la fuerza es muy baja (la más baja de las cuatro interacc. fundamentales), debido al orden de magnitud de G.
- Se trata de una fuerza universal, no depende del medio.
- Cumple el ppio de acción-reacción ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$)
- Produce un campo conservativo, como vemos en b).

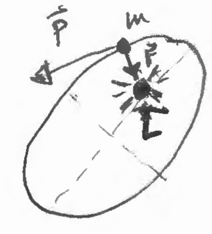
b) Para llegar al concepto de energía potencial gravitatoria, vamos a calcular el trabajo que la gravedad hace sobre un cuerpo de masa m para ir de un punto "A" a otro "B" ($r_A < r_B$)



$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B -\frac{GMm}{r^2}\underbrace{\boxed{\hat{u}_r\cdot d\vec{r}}}_{1\cdot dr\cdot \cos 180^\circ} = +GMm\int_A^B \frac{1}{r^2}\cdot dr = GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_A^B = -\Delta E_p$$

Definimos $\boxed{E_p = -\frac{GMm}{r}}$ con $E_p(\infty)=0$

c) 1ª Ley de Kepler: "Los planetas describen órbitas elípticas en torno al Sol, estando situado éste en uno de los focos de la elipse".



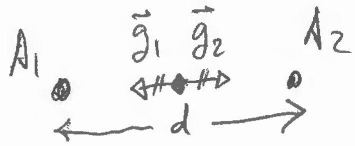
El mom. de la fuerza grav.: $\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F}_g = \vec{0}$ ⇒ T.ª Mom. Cinético (demo): $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{0}$ ⇒ $\vec{L} = \vec{cte}$ ($\vec{r}$ y $\vec{p}$ no cambian de plano para que $\vec{L} = \vec{cte}$).

2-

a) EL CAMPO GRAVITATORIO SE ANULA EN EL LUGAR DONDE SE CRUZAN LAS SUPERF. EQUIPOTENCIALES:

$$\boxed{\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\hat{u}_r} \qquad \vec{g}_R = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{g}_1 = -\vec{g}_2}$$

$d = 10^6\ km = 10^9\ m$



- DIRECCIÓN DE CENTRO A_1 A CENTRO A_2
- SENTIDO OPUESTO (DEBE ESTAR ENTRE AMBAS)

$$g_1 = g_2 \Rightarrow \frac{GM_1}{x_1^2} = \frac{GM_2}{x_2^2} \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$$

ESTRELLAS GEMELAS $\rightarrow M_1 = M_2$ PUNTO CENTRAL

EL POTENCIAL NO SE PUEDE ANULAR DEBIDO A QUE ES DEFINIDO NEGATIVO: $\boxed{V = -GM/r}$

$$\boxed{V_T = V_1 + V_2 = -GM\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} \qquad r_1, r_2, G, M > 0 \Downarrow \boxed{V_T < 0}$$

b) $V(P_1) = -8{,}0\cdot 10^{13}\ J/kg$ AL COMPARTIR SUPERFICIE EQUIPOTENCIAL CON EL PUNTO CENTRAL

$$V(P_1) = V(P_{CENTRAL}) = -GM\left(\frac{1}{d/2} + \frac{1}{d/2}\right) = -GM\left(\frac{2}{d} + \frac{2}{d}\right) = -\frac{4GM}{d}$$

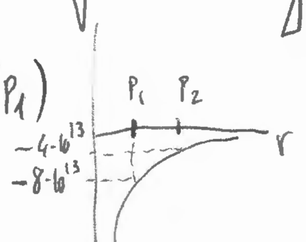
$$\boxed{M = -\frac{d\cdot V(P_1)}{4G} = -\frac{10^9\cdot(-8{,}0\cdot 10^{13})}{4\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}} = 3\cdot 10^{32}\ kg}$$

c) SI SOBRE UNA MASA SÓLO ACTÚA EL CAMPO GRAVITATORIO, ENTONCES SU ENERGÍA MECÁNICA PERMANECE CONSTANTE:

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p = -m\,\Delta V$$

$m = 1000\ kg$

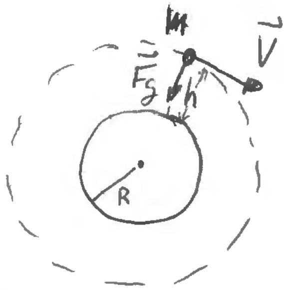
$V(P_2) = 2V(P_1)$



$$\Delta E_c = -m\left(V(P_2) - V(P_1)\right) = -m\left(V(P_1)/2\right)$$

$$\boxed{\Delta E_c = -1\cdot 1000\cdot(-4{,}0\cdot 10^{13}) = 4{,}0\cdot 10^{16}\ J}$$

3-



DATOS:

$m = 683\ kg$

$h = 755\ km$

$r = R_T + h = 7135\ km \simeq 7{,}14 \cdot 10^6\ m$

$R_T = 6380\ km = 6{,}38 \cdot 10^6\ m$

$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}\ kg$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

a) EL PESO ES LA FUERZA GRAVITATORIA CON LA QUE LA TIERRA ATRAE AL SMOS:

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$$

PARA CALCULAR SU VARIACIÓN:

$$\boxed{\Delta\vec{P} = \vec{P}_{ORB} - \vec{P}_{SUP}}$$

COMO LA DIRECC. NO CAMBIA, EN MÓDULO:

$$\Delta p = |\vec{P}_{ORB}| - |\vec{P}_{SUP}|$$

LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO CREADA POR LA TIERRA ES:

$$\boxed{\vec{g} = -\frac{GM_T}{r^2}\hat{u}_r} \Rightarrow \boxed{|\Delta\vec{p}| = GM_T \cdot m\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R_T^2}\right)}$$

$$\Delta p = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 683 \cdot \left(\frac{1}{(7{,}14 \cdot 10^6)^2} - \frac{1}{(6{,}38 \cdot 10^6)^2}\right) = \underline{-1350\ N}$$

$|\vec{P}_{ORB}| = 5330\ N$

$|\vec{P}_{SUP}| = 6680\ N$

b) LA VELOCIDAD ORBITAL DEL SATÉLITE SE DEDUCE OBSERVANDO QUE LA FUERZA GRAVITATORIA EJERCE DE CENTRÍPETA EN ESTE MCU:

$$\boxed{\vec{F}_g = \vec{F}_c} \Rightarrow F_g = F_c \Rightarrow \frac{GM_T \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{m}v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow \boxed{V_{ORB} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}}$$

$$\boxed{V_{ORB} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{7{,}14 \cdot 10^6}} = 7{,}47 \cdot 10^3\ m/s}$$

LA DISTANCIA RECORRIDA EN UNA ÓRBITA COMPLETA: $\boxed{\Delta S_1 = 2\pi \cdot r}$

LA DISTANCIA RECORRIDA EN UN DÍA $\left(t = 1d \cdot \frac{24h}{1d} \cdot \frac{3600s}{1h} = 86400s\right)$

$\boxed{\Delta S = v \cdot t} \Rightarrow$ EL NÚMERO DE ÓRBITAS POR DÍA:

$$\frac{\Delta S}{\Delta S_1} = \frac{v \cdot t}{2\pi \cdot r} = \frac{7{,}47 \cdot 10^3 \cdot 8{,}64 \cdot 10^4}{2\pi \cdot 7{,}14 \cdot 10^6} = \underline{14{,}4\ veces}$$

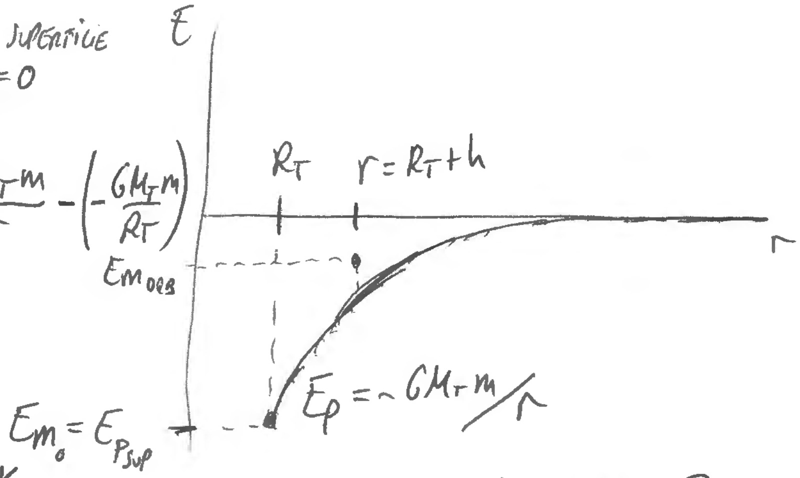
c) La energía que habrá que suministrarle será la variación de energía mecánica en el proceso

En la superficie $E_{c_0}=0$

$$\Delta E_m = E_{m_f} - E_{m_0} =$$

$$= E^{*}_{m_{ORB}} - E_{P_{sup}} = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m}{r} - \left(-\frac{GM_T m}{R_T}\right)$$

$$\boxed{\Delta E_m = -GM_T m\left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{R_T}\right)}$$



$$\Delta E_m = -6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}\cdot683\left(\frac{1}{2\cdot7{,}14\cdot10^{6}} - \frac{1}{6{,}38\cdot10^{6}}\right)$$

$$\boxed{\Delta E_m = 2{,}36\cdot10^{10}\ J}$$

* La energía mecánica orbital de SMOS:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v_{ORB}^2 - \frac{GM_T m}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m}{r}$$

d) La velocidad de escape es la mínima velocidad necesaria para que el satélite se escape del campo terrestre:

$$E_{m_{ORB}} + E_{esc} = 0$$

$$-\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{GM_T \cancel{m}}{r} + \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{m} v_{esc}^2 = 0$$

¡ojo! desde la órbita → $\boxed{v_{esc} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}}$

Coincide con la velocidad orbital