EXAMEN DE DEPARTAMENTO DE FÍSICA **2º BACHILLERATO (G2)**

1ª EVALUACIÓN

Nombre:

Apellidos:

CUESTIONES

1. Un planeta de masa M y radio R tiene un satélite de masa M/3 y radio R/4. Calcula la relación entre: **(2p)**
   a) Las intensidades de campo gravitatorio sobre las superficies del planeta y de su satélite.
   b) las velocidades de escape desde la superficie del planeta y de su satélite.

2. Enuncia y demuestra la segunda ley de Kepler. **(2p)**

3. Dos discos idénticos se encuentran girando alrededor de un eje que pasa por su centro con la misma velocidad angular ω pero en sentido contrario. En un momento dado se acoplan coaxialmente. Determina: **(2p)**
   a) La velocidad angular final del sistema después del acople.
   b) El incremento de energía cinética de rotación del sistema después del acople. Calcula el trabajo realizado por las fuerzas de fricción.

PROBLEMAS

4. Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7,5 km/s. Calcula: **(2p)**
   a) El radio de la órbita y el periodo del satélite.
   b) La energía potencial del satélite y la energía mecánica del satélite.
   c) La aceleración centrípeta del satélite en esa órbita.
   d) La energía que habría que suministrar a este satélite para que cambiara su órbita a otra con el doble de radio.

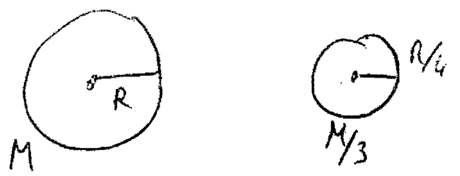
Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6{,}67\times10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$
Masa de la Tierra $M_T = 5{,}98\times10^{24}\ kg$; *Radio de la Tierra* $R_T = 6370\ km$

5. Se ha descubierto un planeta esférico de 5100 km de radio y con una aceleración de la gravedad en su superficie de 14,2 ms^{-2}. Calcula: **(2p)**
   a) La masa del planeta.
   b) La altura máxima sobre la superficie del planeta que alcanzará un objeto lanzado verticalmente a una velocidad de 1500 km/h desde la superficie del planeta.

Dato: Constante de Gravitación Universal $G = 6{,}67\times10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

1-

PLANETA 1 PLANETA 2



a) LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO SE DEFINE: $\boxed{\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\hat{u}_r}$

SOBRE LA SUPERFICIE DE CADA PLANETA, SU MÓDULO:

PLANETA 1: $g_{01} = \frac{GM}{R^2}$

PLANETA 2: $g_{02} = \frac{G(M/3)}{(R/4)^2} = \frac{16}{3}\underbrace{\frac{GM}{R^2}}_{g_{01}}$ $\Rightarrow$

LA RELACIÓN ENTRE AMBAS: $\boxed{\frac{g_{02}}{g_{01}} = 16/3}$

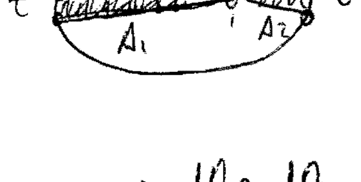
b) LA VELOCIDAD DE ESCAPE, ES LA VELOCIDAD NECESARIA PARA DESVINCULARSE DEL CAMPO GRAVITATORIO DE UN OBJETO. DESDE LA SUPERFICIE DE UN PLANETA, LA ENERGÍA CINÉTICA OTORGADA A UN ~~PLANETA~~ DEBE IGUALAR SU ENERGÍA POTENCIAL: $\boxed{E_p + E_{extra} = E_\infty = 0}$

$$-\frac{GM\cancel{m}}{R} + \frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 = 0 \Rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}}$$

PLANETA 1: $v_{e_1} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

PLANETA 2: $v_{e_2} = \sqrt{\frac{2G(M/3)}{(R/4)}} = \sqrt{\frac{4}{3}\cdot\frac{2GM}{R}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{v_{e_2}}{v_{e_1}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}}$

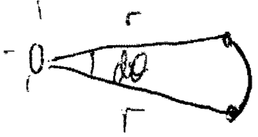
2-



EL ÁREA BARRIDA POR EL VECTOR DE POSICIÓN DEL PLANETA RESPECTO AL SOL ES IGUAL EN TIEMPOS IGUALES. LA VELOCIDAD AREOLAR PERMANECE CONSTANTE.

$\boxed{\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}}$ EN AUSENCIA DE MOM. EXTERNOS $\vec{L} = cte$

$r \operatorname{sen} d\theta \approx d\theta$



PARA UN DIFERENCIAL DE TRAYECTORIA

$\boxed{dA = \frac{1}{2}r\cdot r\,d\theta}$

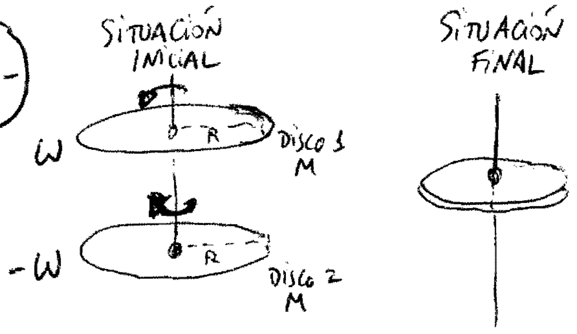
$\downarrow$

$L = mrv = m\omega^2 r$

$\omega^2 r = \frac{L}{m}$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\omega r^2 = \frac{L}{2m} = \boxed{cte}$$

3-



a) EN AUSENCIA DE MOMENTOS DE LA FUERZA EXTERNOS AL SISTEMA, EL MOMENTO ANGULAR TOTAL DEL SISTEMA SE CONSERVA:

$$\vec{L} = \vec{cte} \Rightarrow \boxed{\vec{L} = I\vec{\omega}}$$

LOS MOMENTOS DE INERCIA DE AMBOS DISCOS SON IGUALES:

$$\boxed{I_1 = \frac{1}{2}MR^2 = I_2}$$

$$\boxed{\vec{L}_0 = \vec{L}_f}$$

$$I_1\omega - I_2\omega = (I_1 + I_2)\omega_f$$

$$0 = 2I_1 \cancel{+I}$$

$$\boxed{\omega_f = 0}$$ EL SISTEMA SE DETIENE POR COMPLETO.

b) LA ENERGÍA CINÉTICA DE ROTACIÓN, SE PUEDE EXPRESAR:

$$\boxed{E_{C_R} = \frac{1}{2}I\omega^2}$$

ASÍ QUE CALCULEMOS CUÁNTO SE HA INCREMENTADO:

$$\Delta E_{C_R} = E_{C_{R_f}} - E_{C_{R_0}} = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \left(\frac{1}{2}I_1\omega^2 + \frac{1}{2}I_2(\omega)^2\right) =$$

$$= 0 - I_1\omega^2 = -I_1\omega^2 = \boxed{-E_{C_{R_0}}}$$

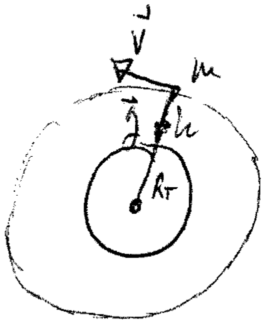
SE HA PERDIDO TODA LA ENERGÍA CINÉTICA INICIAL

SEGÚN EL TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS:

$$\boxed{W_{\text{FRICCIÓN}} = \Delta E_c = -I_1\omega^2}$$

SE HA DISIPADO EN FORMA DE CALOR.

4-



a) LA FUERZA CENTRÍPETA QUE SUFRE EL SATÉLITE ES CAUSADA POR LA GRAVEDAD:

$$\vec{F_c} = \vec{F_g} \Rightarrow F_c = F_g \Rightarrow \frac{\cancel{m} v^2}{\cancel{r}} = \frac{GM\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}$$

$m = 100$ kg

$V_{orb} = 7{,}5$ km/s $= 7500$ m/s

G, M_T, R_T

EL RADIO ORBITAL: $r = \frac{GM_T}{v^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot10^{24}}{7500^2} = \boxed{7{,}09\cdot10^6 \text{ m}}$

EL PERIODO EN UN MCU:

(ES OTRA FORMA DE EXPRESAR LA 3ª LEY DE KEPLER): $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot G\cdot M_T}{v^3} = \frac{2\pi\cdot 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot10^{24}}{7500^3}$

$$\boxed{T = 5940 \text{ s} = 1{,}65 \text{ h}}$$

b)

LA ENERGÍA POTENCIAL SE DEFINE: $E_p = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot10^{24}\cdot 100}{7{,}09\cdot10^6}$

$$\boxed{E_p = -5{,}63\cdot10^9 \text{ J}}$$

LA ENERGÍA MECÁNICA DEL SATÉLITE:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m V_{orb}^2 - \frac{GMm}{r}$$

$$E_m = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{r}}\right)^2 - \frac{GMm}{r}$$

$$\boxed{E_m = -2{,}82\cdot10^9 \text{ J}} \Leftarrow \boxed{E_m = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r} = \frac{1}{2} E_p}$$

c) LA ACELERACIÓN CENTRÍPETA ES LA INTENSIDAD GRAVITATORIA:

$$\boxed{\vec{a}_c = -\frac{V^2}{r}\hat{u}_c = -\frac{GM_T}{r^2}\hat{u}_r} \qquad a_c = \frac{7500^2}{7{,}09\cdot10^6} = \boxed{7{,}93 \text{ m/s}^2}$$

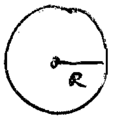
d) LA ENERGÍA MECÁNICA DEL SATÉLITE EN SU NUEVA ÓRBITA SERÁ:

$$E_{m_f} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{2r} = \frac{1}{2}E_{m_0} \Rightarrow E_{m_0} + E_{extra} = E_{m_f}$$

$$E_{extra} = E_{m_f} - E_{m_0} = \frac{1}{2}E_{m_0} - E_{m_0} = -\frac{1}{2}E_{m_0} = -\frac{1}{2}(-2{,}82\cdot10^9)$$

$$\boxed{E_{extra} = 1{,}41\cdot10^9 \text{ J}}$$

5-



$R = 5100\ km = 5{,}1 \cdot 10^6\ m$

$g_0 = 14{,}2\ m/s^2$

G

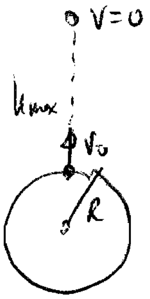
a) LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO SOBRE LA SUPERFICIE DE PLANETA:

$$\boxed{\vec{g}_0 = -\frac{GM}{R^2}\,\hat{u}_r} \rightarrow g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

SI DESPEJAMOS LA MASA:

$$M = \frac{g_0 R^2}{G} = \frac{14{,}2\,(5{,}1\cdot10^6)^2}{6{,}67\cdot10^{-11}} = \boxed{5{,}54\cdot10^{24}\ kg}$$

b)



$V_0 = 1500\ km/h = 417\ m/s$

LA ALTURA MÁXIMA SE ALCANZA CUANDO LA VELOCIDAD DEL OBJETO SE ANULE.

EN UN LANZAMIENTO VERTICAL SÓLO ACTÚAN LAS FUERZAS DEL CAMPO GRAVITATORIO, ASÍ QUE LA ENERGÍA MECÁNICA PERMANECE CONSTANTE:

$$\Delta E_m = 0 \rightarrow \boxed{E_{m_{SUP}} = E_{m_h}}$$

$$E_{p_{SUP}} + E_{c_{SUP}} = E_{p_h} + \cancel{E_{c_h}} \quad 0\ (V=0)$$

LA MASA DEL OBJETO NO INFLUYE

$$-\frac{GM\cancel{m}}{R} + \frac{1}{2}\cancel{m}V_0^2 = -\frac{GM\cancel{m}}{r}$$

LA APROXIMACIÓN $mgh = E_p$ DARÍA BUEN RESULTADO:

$$\cancel{mgh_0} + \frac{1}{2}\cancel{m}V_0^2 = \cancel{m}g\,h_f$$

$$h_f = \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{g}$$

$$h_f = \frac{1}{2}\cdot\frac{417^2}{14{,}2} = 6123\ m$$

ES UN LANZAMIENTO VERTICAL CON UNA VELOCIDAD MUY PEQUEÑA.

$$r = -\frac{GM}{\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}} = \frac{-6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}54\cdot10^{24}}{\frac{417^2}{2} - \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}54\cdot10^{24}}{5{,}1\cdot10^6}}$$

$$r = 5{,}106\cdot10^6\ km$$

$$h = r - R = \boxed{6000\ m}$$