EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE FÍSICA **2º BACHILLERATO**

1ª EVALUACIÓN

Nombre:
Apellidos:

CUESTIONES

1. Dibuja en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M. **(2p)**
   a) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a B, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué?
   b) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a otro punto C, situado a la misma distancia de M que A, pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razona tu respuesta.

2. Dos satélites de masas $m_1 = m$ y $m_2 = 9m$ describen sendas trayectorias circulares alrededor de la Tierra, de radios $R_1 = R$ y $R_2 = 3R$ respectivamente. Se pide: **(2p)**
   a) ¿Cuál de las masas precisará más energía para escapar de la atracción gravitatoria terrestre?
   b) ¿Cuál de las masas tendrá una mayor velocidad de escape?

3. Dos discos de igual masa pero de radios R y 2R, se encuentran girando alrededor de un eje que pasa por su centro con la misma velocidad angular ω pero en sentido contrario. En un momento dado se acoplan coaxialmente. Determina: **(2p)**
   a) La velocidad angular final del sistema después del acople.
   b) El incremento de energía cinética de rotación del sistema después del acople. Calcula el trabajo realizado por las fuerzas de fricción.

PROBLEMAS

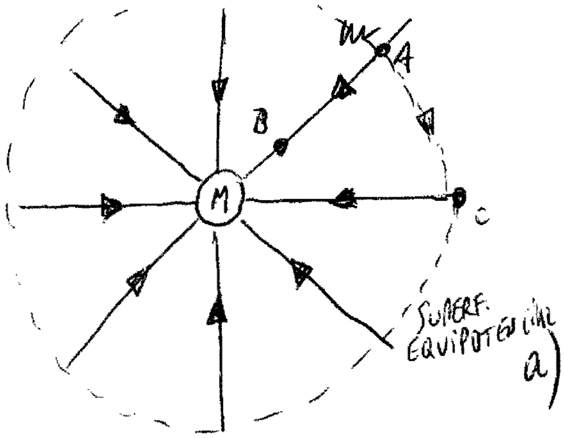
4. Un satélite artificial de 150 kg de masa gira en una órbita circular de 7000 km de radio alrededor de la Tierra. **(2p)**
   a) ¿Cuál es la velocidad del satélite en dicha órbita? ¿Se trata de un satélite geoestacionario?
   b) ¿Con qué velocidad ha sido lanzado dicho satélite desde la superficie terrestre para ponerlo en esa órbita?

   Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6{,}67\times10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$
   Masa de la Tierra $M_T = 5{,}98\times10^{24}$ *kg; Radio de la Tierra* $R_T = 6370$ *km*

5. Un proyectil se dispara verticalmente hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una velocidad inicial de 8 km/s. **(2p)**
   a) Determina la altura máxima que alcanza, despreciando la resistencia del aire.
   b) Determina el valor de la aceleración de la gravedad en dicha altura.

   Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6{,}67\times10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$
   Masa de la Tierra $M_T = 5{,}98\times10^{24}$ *kg; Radio de la Tierra* $R_T = 6370$ *km*

1.



Las líneas de fuerza creadas por una masa puntual son radiales y atractivas.

a) La energía potencial gravitatoria es una función escalar que depende inversamente de la distancia entre las masas:

$$\boxed{E_p = -\frac{G\cdot M\cdot m}{r}} \qquad \begin{cases} E_{p_A} = -\dfrac{GMm}{r_A} \\ E_{p_B} = -\dfrac{GMm}{r_B} \end{cases} \quad \text{con } r_A > r_B$$

Al ser la relación opuesta (gravedad es atractiva) e inversa a la distancia: $\boxed{E_{p_A} > E_{p_B}}$

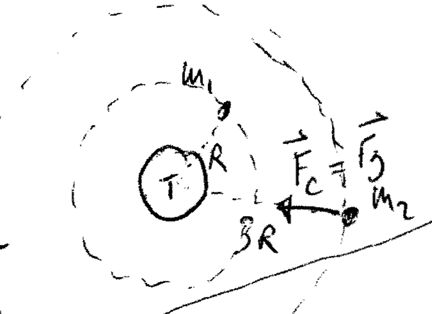
Se puede ver también, utilizando el concepto de trabajo realizado por el campo conservativo:

$$W_{AB} = -(E_{p_B} - E_{p_A}) = E_{p_A} - E_{p_B} > 0 \Rightarrow \boxed{E_{p_A} > E_{p_B}}$$

b) Según el razonamiento anterior, si $r_A = r_C \Rightarrow \boxed{E_{p_A} = E_{p_C}}$ y $\boxed{W_{AC} = 0}$. Se trata de una trayección entre dos puntos de una superficie equipotencial.

2.

$m_1 = m$
$m_2 = 9m$
$R_1 = R$
$R_2 = 3R$



a) La energía mecánica orbital:

sustituyendo

$$E_{m_{orb}} = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r} = \boxed{-\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}}$$

La veloc orbital:

$$\vec F_c = \vec F_g \Rightarrow F_c = F_g \Rightarrow \frac{\cancel{m} v^2}{\cancel{r}} = \frac{GM\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

Como la energía del $r = \infty$ (punto de escape del campo) es nula,

$$\boxed{E_\infty = 0}$$

LA ENERGÍA EXTRA QUE HABRÍA QUE INCULCAR AL SATÉLITE EN SU ÓRBITA PARA QUE ESCAPE DEL CAMPO GRAVITATORIO SERÁ:

$$E_{m_{ORB}} + E_{EXTRA} = E_{\infty} = 0$$

$$E_{EXTRA} = -E_{m_{ORB}} = \boxed{\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}}$$

- SATÉLITE 1: $E_{EXTRA_1} = \frac{1}{2}\frac{GM_T \cdot m}{R}$
- SATÉLITE 2: $E_{EXTRA_2} = \frac{1}{2}\frac{GM_T \cdot \cancel{3}m}{\cancel{3}R} = \boxed{3\,E_{EXTRA_1}}$

b) LA VELOCIDAD DE ESCAPE ES LA VELOCIDAD NECESARIA PARA SALIR DEL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE. LA ENERGÍA EXTRA SE LE CONFIERE AL SATÉLITE EN FORMA DE ENERGÍA CINÉTICA.

$$E_{m_{ORB}} + \frac{1}{2} m v_{ESC}^2 = 0$$

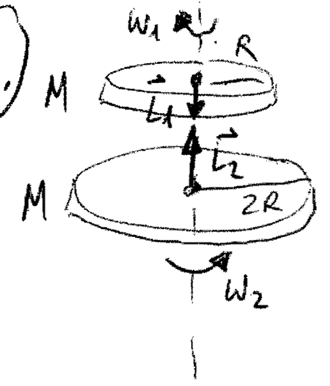
- SATÉLITE 1: $-\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{GM_T \cdot \cancel{m}}{R} + \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{m} V_{ESC_1}^2 = 0$

$$\boxed{V_{ESC_1} = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}}$$

- SATÉLITE 2: $-\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{GM_T \cdot \cancel{3m}}{3R} + \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}(\cancel{3m}) V_{ESC_2}^2 = 0$

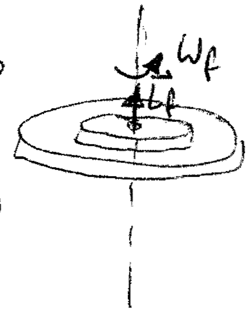
$$\boxed{V_{ESC_2} = \sqrt{\frac{GM_T}{3R}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{GM_T}{R}} = \frac{V_{ESC_1}}{\sqrt{3}}}$$

3.



SITUACIÓN INICIAL

SENTIDO DETERMINADO POR LA REGLA DEL SACACORCHOS



SITUACIÓN FINAL

EN UN ACOPLAMIENTO COAXIAL SE CONSERVA EL MOMENTO CINÉTICO:

$$\boxed{\vec{L}_0 = \vec{L}_f}$$

a) EN ROTACIÓN, EL MOM. CINÉTICO SE PUEDE EXPRESAR $\boxed{L = I\omega}$

LOS MOMENTOS DE INERCIA DE LOS DISCOS SON:

$$I_1 = \frac{1}{2} MR^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2} M(2R)^2 = 4I_1$$

$$\omega_1 = -\omega$$

$$\omega_2 = \omega$$

$$L_0 = L_f \quad \text{(CON SENTIDO)}$$

$$I_1(-\omega) + I_2\omega = (I_1 + I_2)\omega_f$$

$$-I_1\omega + 4I_1\omega = 5I_1\omega_f$$

$$3\cancel{I_1}\omega = 5\cancel{I_1}\omega_f$$

$$\boxed{\omega_f = \frac{3}{5}\omega}$$

b) EL INCREMENTO DE ENERGÍA CINÉTICA DE ROTAC. COINCIDE CON EL TRABAJO REALIZADO POR LAS FUERZAS DE FRICCIÓN:

$$\boxed{E_{C_R} = \frac{1}{2} I\omega^2} \qquad \boxed{W = \Delta E_c}$$

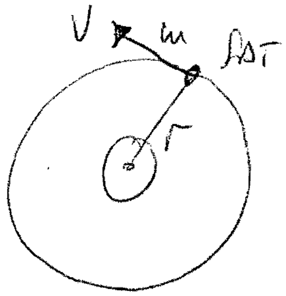
$$E_{C_{R_0}} = \underbrace{\frac{1}{2} I_1(-\omega)^2}_{E_{C_{R_1}}} + \frac{1}{2} I_2\omega^2 = \frac{1}{2} I_1\omega^2 + 4\,\frac{1}{2} I_1\omega^2 = 5E_{C_{R_1}}$$

$$E_{C_{R_f}} = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\left(\frac{3}{5}\omega\right)^2 = \frac{1}{2}(\cancel{5}I_1)\cdot\frac{3^2}{5^{\cancel{2}}}\omega^2 = \frac{9}{5} E_{C_{R_1}}$$

$$\Delta E_{C_R} = E_{C_{R_f}} - E_{C_{R_0}} = \frac{9}{5} E_{C_{R_1}} - 5E_{C_{R_1}} = \boxed{-\frac{16}{5} E_{C_{R_1}}}$$

$$\Delta E_{C_R} = -\frac{16}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} MR^2\omega^2 = -\frac{4}{5} MR^2\omega^2$$

4.



a) COMO YA HEMOS DEMOSTRADO, LA VELOC. ORBITAL:

$r = 7000\ Km = 7\cdot10^6 m$

$m = 150\ Kg$

G, M_T, R_T $\quad R_T = 6{,}37\cdot10^6$

$$V = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}}{7\cdot10^6}}$$

$$\boxed{V = 7{,}55\cdot10^3\ m/s = 7{,}55\ Km/s}$$

EL PERIODO DE UN SATÉLITE GEOESTACIONARIO ES DE 24h, SIN EMBARGO EL DE ESTE SATÉLITE ES:

$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi\cdot7\cdot10^6}{7{,}55\cdot10^3} = 5{,}83\cdot10^3 s = \underline{1{,}62\ h}$$

b) CALCULAMOS EL INCREMENTO DE ENERGÍA MECÁNICA

$$Em_{SUP} = Em_{ORB}$$

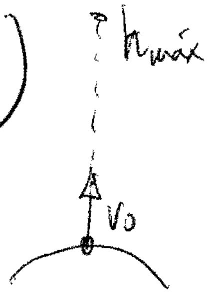
$$-\frac{GM_T\cancel{m}}{R_T} + \frac{1}{2}\cancel{m}V^2 = -\frac{1}{2}\frac{GM_T\cancel{m}}{r}$$

$$V^2 = 2GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right)$$

$$V = \sqrt{2GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right)} = \sqrt{2\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}\left(\frac{1}{6{,}37\cdot10^6} - \frac{1}{2\cdot7\cdot10^6}\right)}$$

$$V = 8{,}26\cdot10^3\ m/s = \boxed{8{,}26\ Km/s}$$

5.



$V_0 = 8\ km/s = 8000\ m/s$

$G,\ M_T,\ R_T$

a) La altura máxima se alcanza cuando la velocidad se anula ($E_c = 0$). Al tratarse de un campo conservativo:

$$\boxed{Em_0 = Em_f} \Rightarrow -\frac{GM\cancel{m}}{R_T} + \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = -\frac{GM\cancel{m}}{r}$$

$$r = \frac{GM_T}{\frac{GM_T}{R_T} - \frac{1}{2}v_0^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^6} - \frac{1}{2}(8 \cdot 10^3)^2}$$

$$\boxed{r = 1{,}30 \cdot 10^7\ m}$$

La altura desde la superficie terrestre:

$$h = r - R_T$$

$$h = 1{,}30 \cdot 10^7 - 6{,}37 \cdot 10^6 = 6{,}67 \cdot 10^6\ m = \boxed{6670\ km}$$

b) La aceleración gravitatoria viene dada por la intensidad de campo:

$$\boxed{\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\,\hat{u}_r}$$

Su módulo vale:

$$\boxed{g_h = \frac{GM}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{(1{,}30 \cdot 10^7)^2} = 2{,}36\ m/s^2}$$