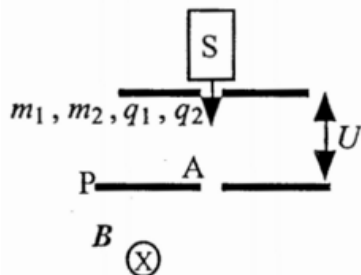


Nombre y Apellidos:

1. Una fuente puntual S de iones positivos emite un haz muy fino de partículas de masas m_1 ; m_2 y cargas q_1 ; q_2 respectivamente, con velocidad inicial despreciable. Dichas partículas se acelerarán por medio de una diferencia de potencial U hacia el orificio A de la placa P (ver figura). Una vez atraviesan A, se encuentran un campo magnético perpendicular al plano del papel. **(2p)**



- ¿Dónde será el potencial eléctrico mayor, en S o en A?
- ¿Qué velocidad tendrá cada tipo de partícula al llegar a A?
- Describe analíticamente la trayectoria que describirán los dos tipos de partículas una vez atravesado el orificio A.
- ¿Qué masa tendrá una tercera partícula que impacte en P a 3 mm a la derecha de la partícula 1?

Datos: $B = 0,2 \text{ T}$; $m_1 = 3,200 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$; $m_2 = 3,232 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$; $q_1 = 2 \cdot q_2 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $U = 2000 \text{ V}$.

2. Por tres hilos paralelos al eje Z, y separados 1,5 m entre sí circulan corrientes de 0,5 A. Sabiendo que por el hilo central circula la corriente en sentido contrario a los otros dos, calcula: **(2p)**

- La fuerza, por unidad de longitud, sobre el hilo central.
- Los puntos en los que se anularía el campo magnético si eliminamos uno de los cables extremos. ¿Y si eliminamos el central?

Dato: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

3. Una masa de 1,5 kg vibra horizontalmente a lo largo de un segmento de 20 cm de longitud con un movimiento armónico de periodo $T = 5 \text{ s}$. En el instante inicial, la masa se encuentra a 7,5 cm a la izquierda de la posición de equilibrio, y se está acercando a dicha posición. Determina: **(2p)**

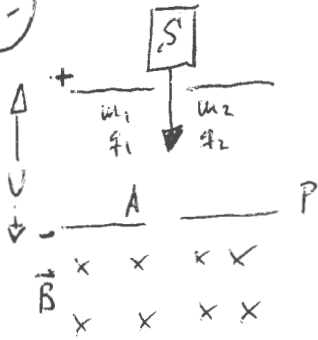
- La ecuación que describe en cada instante la posición de la masa.
- La velocidad máxima de oscilación. ¿En qué posición sucede?
- La fuerza recuperadora en los extremos de la trayectoria.
- La posición en la que la energía cinética es igual a una tercera parte de la energía total.

4. Una bobina circular, plana, con 150 espiras de radio 15 cm, está situada en el plano XY. Si aplicamos un campo magnético dirigido a lo largo del eje Z que varía entre 0,5 T y 0,2 T en un intervalo de 0,2 s: **(2p)**

- ¿Qué fuerza electromotriz (f.e.m.) se inducirá en la bobina?
- ¿Qué intensidad de corriente circulará por la bobina si su resistencia es de 50Ω ? Indica el sentido de circulación en un diagrama.
- Si ahora el campo permanece constante de valor 0,5 T y la bobina gira en 0,5 s hasta colocarse sobre el plano XZ, ¿cuál será la f.e.m. inducida en ese caso?
- Si en el caso c) la bobina se desplaza a lo largo del eje Z sin girar; ¿cuál será la f.e.m. inducida?

5. Una esfera de 5 cm de radio, está uniformemente cargada con una densidad de carga de $1,2 \cdot 10^{-5} / \pi \text{ C/m}^3$. Calcular el módulo del campo eléctrico en función de la distancia r del centro, en el interior ($r < 5$) y en el exterior ($r > 5$) de la esfera cargada. Representa gráficamente dicha función. **(2p)**

1-



$q_1, q_2 > 0, q_1 = 2q_2 = 1,602 \cdot 10^{-19} C$

$v_A = 0 \text{ m/s}^{-1}$

$B = 0,2 T$

$m_1 = 3,200 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$

$m_2 = 3,232 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$

$V = 2000 V$

a) PARA QUE LAS PARTÍCULAS q_1 Y q_2 , QUE SON POSITIVAS, SE ACELEREN ES NECESARIO QUE HAYAN LAS LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO, QUE VAN DE POTENCIALES MAYORES A MENORES.
 $V_S > V_A$

b) AL TRAZARSE DE UN CAMPO CONSERVATIVO:

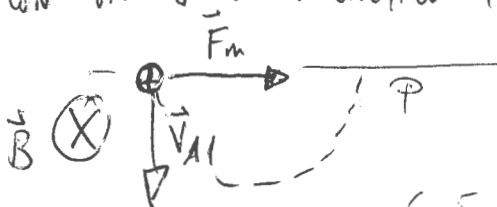
$\Delta E_m = 0 \Rightarrow E_{mS} = E_{mA} \Rightarrow \Delta E_p = q \Delta V = \Delta E_c$

$q_1 \cdot V = \frac{1}{2} m_1 v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2q_1 V}{m_1}}$

$v_{A1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{3,200 \cdot 10^{-25}}} = 4,47 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

$v_{A2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} / 2 \cdot 2000}{3,232 \cdot 10^{-25}}} = 3,15 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

c) AL ATRAVESAR EL ORIFICIO A, LAS PARTÍCULAS SE ENCUENTRAN EN UN CAMPO MAGNÉTICO Y SOBRE ELLAS ACTÚA LA FUERZA DE LORENTZ.

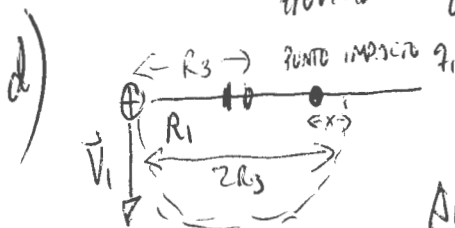


$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$ FUERZA MAGNÉTICA QUE OBLIGA A REALIZAR UN MCU (SEMI-CÍRCULO)

EL IMPULSO EN P. E. RESUL DE LA MOVILIDAD.

$|q| v B \sin 90^\circ = \frac{mv}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q| B}$

$R_1 = \frac{3,200 \cdot 10^{-25} \cdot 4,47 \cdot 10^4}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2} = 0,448 \text{ m}$; $R_2 = \frac{3,232 \cdot 10^{-25} \cdot 3,15 \cdot 10^4}{\frac{1}{2} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2} = 0,64 \text{ m}$

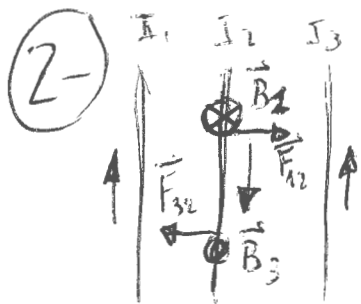


IMPULSO $R_3 \Rightarrow 2R_3 = 2R_1 + x$
 $R_3 = R_1 + \frac{x}{2} = 0,448 \text{ m}$

ANUNCIAR DESPEJANDO LA RESC.

$x = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

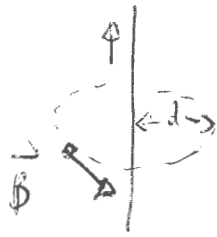
$\frac{q}{m}$ PA MÓDULO: $R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot R} = \frac{\sqrt{2(\frac{q}{m})V}}{B \cdot R}$
 $(\frac{q}{m})^2 = \frac{2V}{B^2 R^2} \cdot (\frac{q}{m}) \Rightarrow (\frac{q}{m}) = \frac{2V}{B^2 R^2} = \frac{2 \cdot 2000}{0,2^2 \cdot 0,448^2} = 4,98 \cdot 10^5 \text{ C/kg}$



$d = d_{12} = d_{13} = d_{23}$

$I_1 = I_2 = I_3 = 0,5 \text{ A}$

DE ACUERDO CON EL Tº DE AMPÈRE:
EL CAMPO MAGNÈTICO CREADO POR UN HILO



$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{u}_\phi$

a) LA FUERZA QUE SUFRE EL CABLE 2, VIENE DADA POR:

$$\frac{\vec{F}_R}{L} = \frac{\vec{F}_{12}}{L} + \frac{\vec{F}_{32}}{L}$$

LA FUERZA QUE SUFRE UN CONDUCTOR EN UN CAMPO MAGNÈTICO:

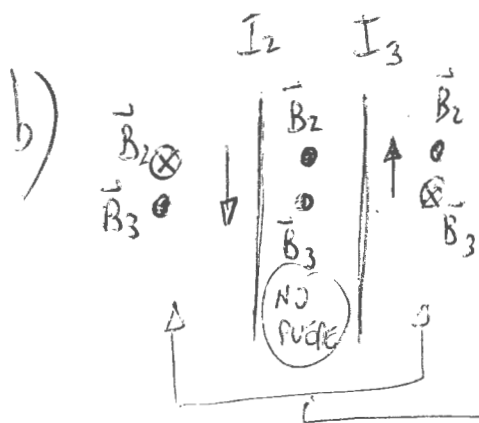
$$\vec{F} = I (\vec{l} \times \vec{B}) \Rightarrow \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

$$\frac{\vec{F}_{12}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} (-\hat{k} \times -\hat{i}) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} (\hat{j}) \text{ N/m}$$

$$\frac{\vec{F}_{32}}{L} = \frac{\mu_0 I_3 I_2}{2\pi d} (-\hat{k} \times \hat{i}) = \frac{\mu_0 I_3 I_2}{2\pi d} (-\hat{j}) \text{ N/m}$$

AMBAS CONTRIBUCIONES SE CANCELAN

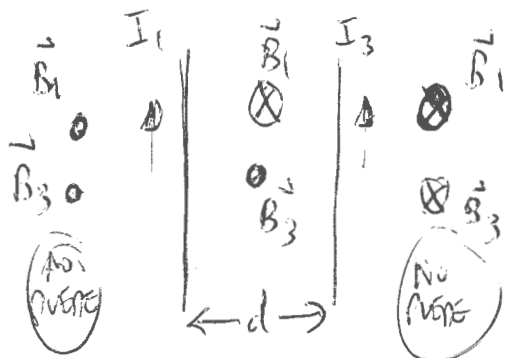
$$\frac{\vec{F}_R}{L} = \vec{0} \text{ N/m}$$



$$\vec{B}_R = \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{B}_2 = -\vec{B}_3$$

$$B_2 = B_3 \Rightarrow \frac{\mu_0 I}{2\pi d_2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d_3} \Rightarrow d_2 = d_3$$

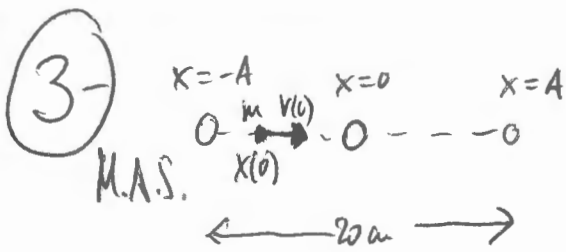
CONDICIONES INCOMPATIBLES: NO SE PUEDE APLICAR!



$$\vec{B}_R = \vec{B}_1 + \vec{B}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{B}_1 = -\vec{B}_3$$

$$B_1 = B_3 \Rightarrow \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi(d-x)} \quad \begin{matrix} x = d - x \\ x = d/2 \end{matrix}$$

EN EL PUNTO CENTRAL DE AMBOS CABLES



a) LA ECUACION DE UN M.A.S.:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$A = \frac{20}{2} = \underline{10 \text{ cm}}$$

DETERMINAMOS φ_0 :

$$T = 5 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2}{5} \pi \text{ rad/s}$$

$$x(0) = A \sin \varphi_0 = -\frac{3}{4} A$$

$$m = 1,5 \text{ kg}$$

$$x(0) = -7,5 \text{ cm} = -\frac{3}{4} A$$

con $v(0) > 0$

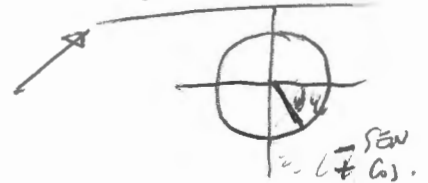
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v(0) = A\omega \cos \varphi_0 > 0$$

con $\varphi_0 > 0$

$$\sin \varphi_0 = -\frac{3}{4}$$

$$\varphi_0 = -0,85 \text{ rad}$$



$$x(t) = 10 \sin\left(\frac{2}{5} \pi t - 0,85\right) \text{ cm}$$

b) $v(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v_{\max} = A\omega = \underline{13 \text{ cm/s}}$

ACORDAR QUE $-1 \leq \cos \varphi \leq 1$

0 CUANDO $\cos(\omega t + \varphi_0) = 0$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

$x = 0$ PRO EQUIL.

c) LA FUERZA QUE ACTUA ES LA LEY DE HOOKE:

$\vec{F} = -Kx \hat{i}$ EXPRESAMOS $\vec{F} = \pm 2,4 \cdot 0,1 \hat{i} = \pm 0,24 \hat{i} \text{ N}$

$m\vec{a} = -Kx \hat{i}$ $x = \pm A = \pm 0,1 \text{ m}$

$$-m\omega^2 x \hat{i} = -Kx \hat{i} \Rightarrow K = m\omega^2 = 1,5 \cdot \frac{4}{25} \pi^2 = \underline{2,4 \text{ N/m}}$$

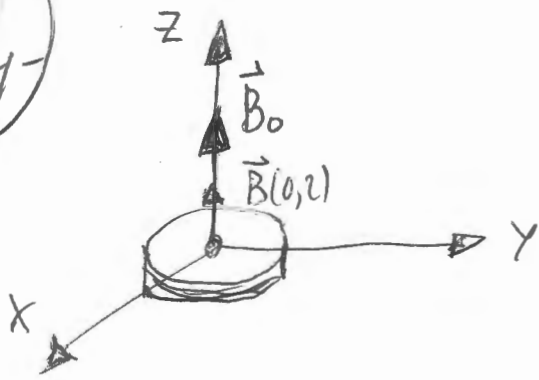
d) LA E_m ES CTE: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} K A^2$

$$E_m = \frac{1}{3} E_m + E_p \quad \left. \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{3} E_m \\ E_p = \frac{2}{3} E_m \end{array} \right\}$$

$$E_p = \frac{2}{3} E_m \Rightarrow \frac{1}{2} K x^2 = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} K A^2 \right)$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} A = \underline{\pm 8,2 \text{ cm}}$$

4-



$N = 150 \text{ esp.}$

$r = 15 \text{ cm} \Rightarrow S' = \pi r^2 = \underline{0,071 \text{ m}^2}$

$\vec{B}(0) = 0,5 \hat{k} \text{ T}$

$\vec{B}(0,2) = 0,2 \hat{k} \text{ T}$

$R = 50 \Omega$

a) La F.E.M. ^{inducida} b) INDUCIDA, DE ACUERDO CON LA LEY DE FARADAY-LENZ =

$$\boxed{\mathcal{E}_m = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{2,13 - 5,33}{0,2} = 16 \text{ V}}$$

El flujo magnético a través de la bobina:

$$\Phi = N \int_{S'} \vec{B} \cdot d\vec{S} = N \int_{S'} B \cdot dS \cdot \cos \theta$$

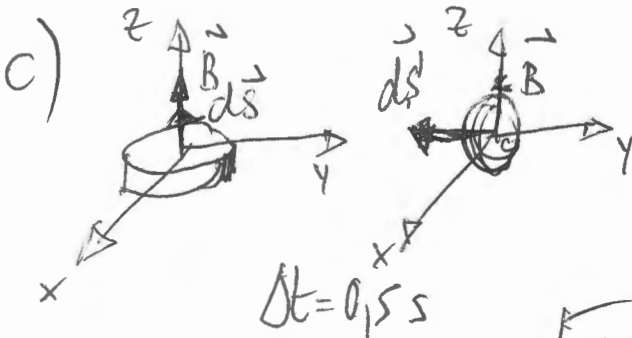
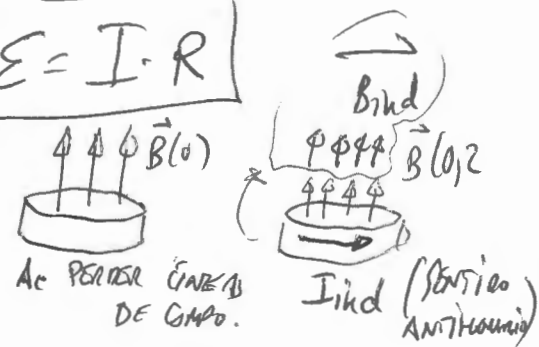
$$\Phi(t) = N B S' \Rightarrow \frac{\Phi(0)}{\Phi(0)} = \frac{150 \cdot 0,5 \cdot 0,071}{5,33 \text{ Wb}}$$

$$\Phi(0,2) = 150 \cdot 0,2 \cdot 0,071 = \underline{2,13 \text{ Wb}}$$

b) DE ACUERDO A LA LEY DE OHM:

$$\boxed{I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R} = \frac{16}{50} = 0,32 \text{ A}}$$

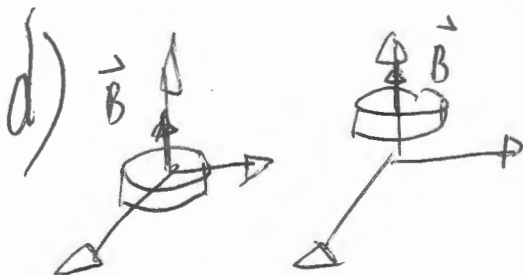
$$\boxed{\mathcal{E} = I \cdot R}$$



$$\Phi(0) = 5,33 \text{ Wb}$$

$$\Phi(0,15) = N \cdot B \cdot S' \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ Wb}$$

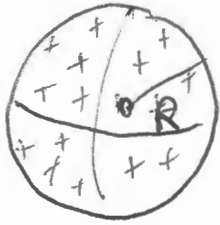
$$\boxed{\mathcal{E}_m = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{0 - 5,33}{0,15} = 35,5 \text{ V}}$$



$$\Phi_0 = \Phi_f \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_m = 0 \text{ V}}$$

5-

DE AUMENTO CON E TA DE GAUSS:



$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\rho = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^3$$

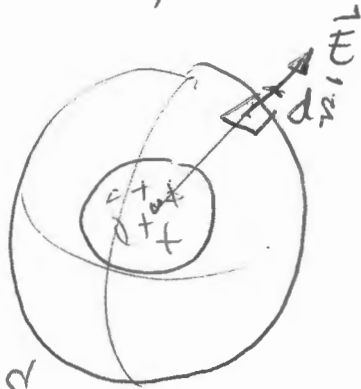
$$R = 5 \text{ cm}$$

a) si $r > R = 5 \text{ cm}$

$$Q_{enc} = \rho \cdot V_{esf.}$$

$$Q_{enc} = \frac{4\pi R^3 \rho}{3}$$

$$Q_{enc} = \frac{4}{3} \pi (5 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$



$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E \cdot dS \cdot \cos 0$$

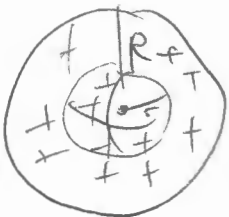
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{4\pi R^3 \rho}{3 \cdot 4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{(5 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot r^2}$$

$$E(r) = \frac{38}{r^2} \text{ N/C} \quad E(5) = 7200 \text{ N/C}$$

b) si $r < R = 5 \text{ cm}$

$$Q_{enc} = \rho \cdot V_{gauss.} = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho}{\epsilon_0}$$



$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot r = 1,45 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E(5) = 7200 \text{ N/C}$$

